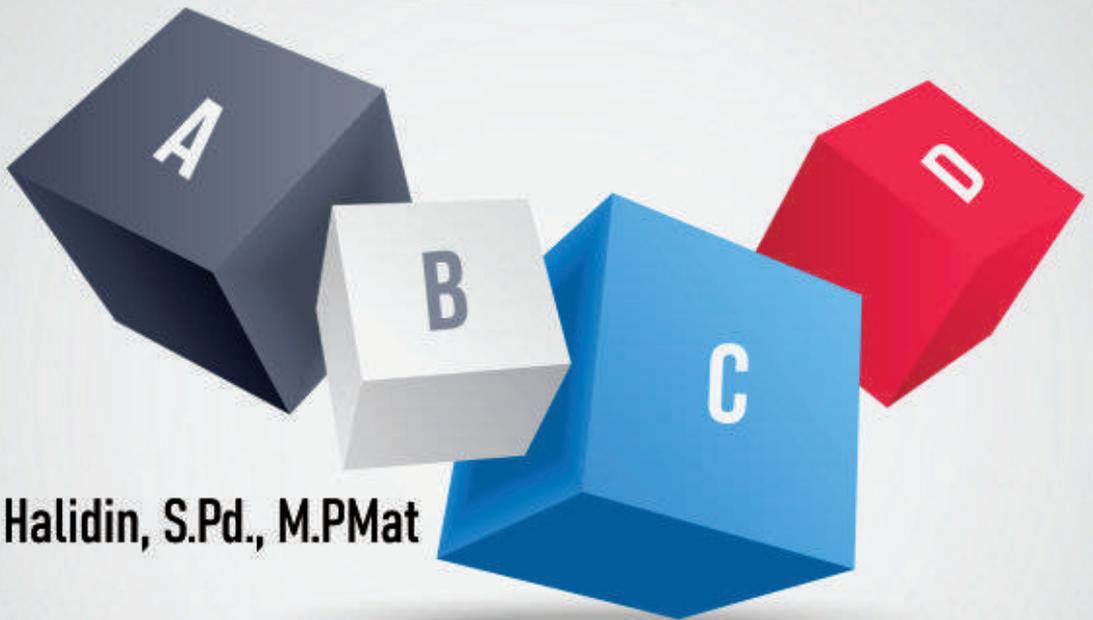




GEOMETRI ANALITIK BIDANG DAN RUANG



Halidin, S.Pd., M.PMat

GEOMETRI ANALITIK BIDANG DAN RUANG

Buku ini membahas tentang unsur-unsur geometri beserta sifat-sifatnya dengan pendekatan geometri analitik. Geometri Analitik merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mengkombinasikan antara konsep aljabar dan geometri. Pengkombinasian antara persamaan matematika secara aljabar dengan tempat kedudukan titik-titik secara geometrik diperoleh suatu metoda pemecahan masalah geometri yang lebih sistematis dan lebih bermakna. Masalah-masalah geometri akan diselesaikan secara Aljabar (atau secara analitik). Geometri Analitik pada dasarnya terbagi menjadi dua bagian, yaitu Geometri Analitik Bidang dan Geometri Analitik Ruang. Geometri Analitik bidang berkaitan dengan sistem koordinat di ruang dimensi dua, garis, lingkaran, irisan kerucut yang meliputi parabola, ellips, dan hiperbola. Geometri Analitik Ruang meliputi sistem koordinat di ruang (dimensi 3), bidang rata, garis di ruang, bola, dan lain-lain. Kedua bagian ini satu sama lainnya saling berhubungan erat dan tidak bisa dipisahkan. Setiap Bab buku ini dilengkapi dengan soal-soal latihan yang bervariasi untuk membantu pembaca dalam memantapkan penguasaan materi secara mandiri.



☎ 0858 5343 1992
✉ eurekamediaaksara@gmail.com
📍 Jl. Banjaran RT.20 RW.10
Bojongsari - Purbalingga 53362



GEOMETRI ANALITIK BIDANG DAN RUANG

Halidin, S.Pd., M.PMat.



eureka
media aksara

PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA

**GEOMETRI
ANALITIK BIDANG DAN RUANG**

Penulis : Halidin, S.Pd., M.PMat.

Desain Sampul : Eri Setiawan

Tata Letak : Nurlita Novia Asri

ISBN : 978-623-5382-63-0

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, MEI 2022**
ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH
NO. 225/JTE/2021

Redaksi:

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992

Surel : eurekamediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2022

All right reserved

Hak Cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh
isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun,
termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman
lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Segala puji kita panjatkan keharibaan Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan buku ajar mata kuliah Geometri dalam bidang Geometri Analitik. Buku ini merupakan referensi yang dapat digunakan dalam perkuliahan mata kuliah Geometri oleh mahasiswa yang mengambil Jurusan Pendidikan Matematika. Sebagai salah satu mata kuliah wajib di Jurusan Pendidikan Matematika, maka buku ini ditujukan untuk membekali para mahasiswa sekaligus membantu mahasiswa untuk lebih mudah memahami materi yang berkaitan pada mata kuliah Geometri bidang Analitik.

Terima kasih penulis ucapkan kepada banyak pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan, masukan dalam penyelesaian buku ini. Penulis menyadari bahwa buku ini masih banyak kekurangan dalam segi isi, sehingga kritik dan saran yang konstruktif sangat penulis harapkan demi kesempurnaan buku ini pada edisi selanjutnya. Selain itu buku ini diharapkan dapat bermanfaat bagi mahasiswa dan dosen.

Kolaka, 7 Maret 2022
Penulis

Halidin, S.Pd., M. PMat

DESKRIPSI GEOMETRI ANALITIK

Geometri berasal dari bahasa Yunani yang terdiri atas dua kata yakni kata *geo* dan *metro*. *Geo* berarti bumi, dan *metro* berarti mengukur. Jadi, geometri menurut Wright (2002:181) adalah ilmu yang mempelajari tentang sifat-sifat, pengukuran-pengukuran, dan hubungan titik, garis, bidang dan bangun ruang. Geometri merupakan satu cabang dalam ilmu matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh Thales (624-547 SM) yang berkenaan dengan relasi ruang.

Geometri Analitik merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mengkombinasikan antara konsep aljabar dan geometri. Pengkombinasian antara persamaan matematika secara aljabar dengan tempat kedudukan titik-titik secara geometrik diperoleh suatu metoda pemecahan masalah geometri yang lebih sistematis dan lebih bermakna. Masalah-masalah geometri akan diselesaikan secara Aljabar (atau secara analitik). Sebaliknya gambar Geometri sering memberikan pemahaman yang lebih jelas pada pengertian hasil secara Aljabar. Di samping itu juga sangat dimungkinkan menyelesaikan masalah Aljabar secara Geometri, tetapi model bentuk Geometri jauh lebih penting daripada sekedar penyelesaian masalah tersebut, khususnya jika bilangan dikaitkan dengan konsep pokok geometri. Sebagai contoh, panjang suatu segmen garis atau sudut antara dua garis. Jika garis dan titik secara geometrik diketahui, maka bilangan yang menyatakan panjang atau besar sudut antara dua garis pada hakekatnya hanyalah nilai pendekatan dari suatu pengukuran. Tetapi metoda aljabar memandang bilangan itu sebagai perhitungan yang eksak (bukan pendekatan). Pada awal abad ke-17, terdapat dua perkembangan penting dalam geometri, yang pertama dan yang terpenting adalah penciptaan geometri analitik, atau geometri dengan koordinat dan persamaan oleh Rene Descartes (1596-1650) dan Pierre de Fermat (1601-1665). Descartes dikenal sebagai Renatus Cartesius dalam literatur berbahasa Latin, merupakan seorang filosof dan matematikawan Perancis. Beliau mempersembahkan sumbangan

yang penting yaitu penemuannya tentang geometri analitis, yang akhirnya dikenal sebagai pencipta "Sistem koordinat Cartesius", yang sangat berpengaruh dalam perkembangan kalkulus modern dan menyediakan jalan buat Newton menemukan Kalkulus. Beliau memberikan kontribusi yang besar dalam kemajuan di bidang matematika, sehingga dipanggil sebagai "Bapak Matematika Modern". Berdasarkan pengertian dari geometri di atas, maka dapat diketahui penerapan geometri dalam kehidupan sehari-hari, antara lain:

1. Digunakan dalam pengukuran panjang atau jarak dari suatu tempat ke tempat yang lain.
2. Menetapkan satuan panjang dan satuan luas.
3. Berpikir geometri dan berpikir visual dalam seni, arsitek, desain, grafik, animasi serta puluhan bidang kejuruan lainnya.

Geometri Analitik pada dasarnya terbagi menjadi dua bagian, yaitu Geometri Analitik Bidang dan Geometri Analitik Ruang. Geometri Analitik bidang berkaitan dengan sistem koordinat di ruang dimensi dua, garis, lingkaran, irisan kerucut yang meliputi parabola, ellips, dan hiperbola. Geometri Analitik Ruang meliputi sistem koordinat di ruang (dimensi 3), bidang rata, garis di ruang, bola, dan lain-lain. Kedua bagian ini satu sama lainnya saling berhubungan erat dan tidak bisa dipisahkan.

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
DESKRIPSI GEOMETRI ANALITIK.....	iv
DAFTAR ISI.....	vi
BAB 1 SISTEM KOORDINAT CARTESIUS	1
A. Ilustrasi.....	1
B. Garis Bilangan.....	2
C. Koordinat Cartesius	3
D. <i>Plotting</i>	6
E. Jarak Antara Dua Titik.....	7
F. Luas Segitiga dan Poligon	11
G. Rasio Pembagian Segmen Garis.....	16
H. Titik Tengah Segmen Garis	19
I. Titik Berat (Centroid) dari Segitiga.....	20
J. Bukti Analitik Teorema-Teorema Geometri	23
K. Sudut Inklinasi dan Kemiringan (Slope).....	25
L. Garis-Garis Sejajar dan Tegak Lurus	27
M. Sudut Antara Dua Garis	29
BAB 2 TEMPAT KEDUDUKAN DAN PERSAMAAN	35
A. Tempat Kedudukan	35
B. Grafik Persamaan.....	36
C. Perpotongan Antar Kurva	36
D. Menemukan Persamaan Tempat Kedudukan	38
BAB 3 GARIS LURUS.....	41
A. Definisi Garis Lurus	41
B. Persamaan Garis Bentuk Titik-Kemiringan	42
C. Persamaan Garis Bentuk Titik-Titik.....	45
D. Persamaan Garis Bentuk Kemiringan-Titik Potong	47
E. Garis-Garis Sejajar Sumbu Koordinat.....	50
F. Persamaan Umum Garis Lurus.....	50
G. Persamaan Garis Bentuk Normal.....	56
H. Reduksi Persamaan ke Bentuk Normal.....	57
I. Jarak Titik ke Garis.....	60
J. Garis Bagi Sudut.....	65
K. Keluarga Garis.....	67
L. Garis yang Melalui Perpotongan Dua Garis.....	69

BAB 4 LINGKARAN	77
A. Persamaan Lingkaran Bentuk Baku	77
B. Persamaan Lingkaran Bentuk Umum.....	78
C. Lingkaran yang ditentukan oleh Tiga Syarat	83
D. Kuasa Lingkaran	87
E. Keluarga Lingkaran.....	90
F. Berkas Lingkaran	92
G. Garis Singgung Lingkaran	95
BAB 5 ELLIPS	103
A. Persamaan Ellips Bentuk Baku	103
B. Konstruksi Mekanik sebuah Ellips.....	109
C. Persamaan Ellips Bentuk Umum.....	111
D. Persamaan Garis Singgung pada Ellips	114
E. Terapan Ellips.....	121
BAB 6 PARABOLA	124
A. Persamaan Parabola Bentuk Baku.....	124
B. Konstruksi Geometrik dari Parabola.....	126
C. Aplikasi Parabola.....	129
D. Persamaan Parabola Bentuk Umum	132
E. Persamaan Garis Singgung pada Parabola.....	135
BAB 7 HIPERBOLA	146
A. Persamaan Hiperbola Bentuk Baku	146
DAFTAR PUSTAKA	153
TENTANG PENULIS	154



**GEOMETRI
ANALITIK BIDANG DAN RUANG**

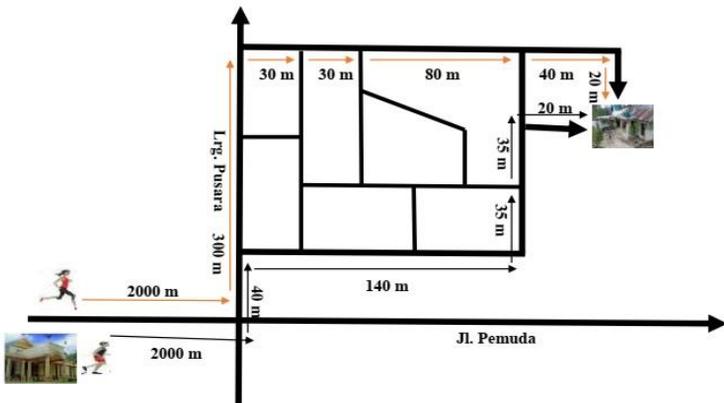


BAB 1

SISTEM KOORDINAT CARTESIUS

A. Ilustrasi

Dalam matematika, sistem koordinat kartesius digunakan untuk menentukan tiap titik dalam bidang dengan menggunakan dua bilangan yang biasa disebut koordinat x (absis) dan koordinat y (ordinat) dari titik tersebut. Sistem koordinat ini sangat banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu di antaranya, seperti diilustrasikan pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Peta alamat Dosen Geometri

Pada gambar di atas mengilustrasikan dua orang mahasiswa atas nama Nur Ikhsan dan Febi Jumrana ingin berkunjung ke rumah dosennya. Namun, mereka belum tahu alamat rumahnya secara pasti. Dosennya hanya memberikan informasi bahwa rumahnya berjarak 2.5 km dari kampus USN

BAB 2 | TEMPAT KEDUDUKAN DAN PERSAMAAN

A. Tempat Kedudukan

Himpunan titik-titik yang memenuhi suatu syarat tertentu yang diberikan disebut *Tempat kedudukan* (*locus*). Atau bisa juga diartikan sebagai lintasan dari sebuah titik yang bergerak yang dibatasi oleh satu atau beberapa syarat. Dalam geometri bidang tempat kedudukan biasanya berupa sebuah kurva, meskipun kadang-kadang merupakan susunan lebih dari satu kurva dan kadang-kadang memuat satu atau beberapa titik terisolasi. Jadi, misalnya tempat kedudukan dari titik-titik yang berjarak 5 satuan dari titik asal adalah lingkaran dengan pusat di titik asal dan dengan radius 5.

Syarat yang ditentukan pada titik dalam tempat kedudukan bisa dinyatakan secara analitik dengan sebuah persamaan yang mana koordinat-koordinat titik tersebut harus memenuhi persamaan. Persamaan ini disebut **persamaan tempat kedudukan**, sebaliknya tempat kedudukannya disebut **tempat kedudukan dari persamaan**. Secara umum **prinsip dasar geometri analitik** adalah: "*Jika koordinat suatu titik memenuhi sebuah persamaan, maka titik tersebut berada pada tempat kedudukan persamaan. Jika sebuah titik berada pada tempat kedudukan dari sebuah persamaan, maka koordinat titik tersebut akan memenuhi persamaan.*"

BAB 3

GARIS LURUS

A. Definisi Garis Lurus

Kita sering menjumpai bahkan menggunakan sebuah garis dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya jalan raya yang diberi garis warna putih, baik di pinggir jalan ataupun di tengah jalan sebagai pembatas. Gambar berikut adalah salah satu contoh penerapan garis lurus dalam kehidupan sehari-hari yang sering kita jumpai.



Gambar 27. Jalan Lurus dengan garis putih putus-putus

Sesuai dengan namanya, garis lurus merupakan garis yang memiliki bentuk lurus guna menghubungkan dua titik di posisi berbeda. Dalam ilmu geometri matematika, garis lurus dikenal memiliki sudut 180 derajat. Berdasarkan bentuk-bentuknya, garis lurus juga bisa dikelompokkan kembali menjadi

BAB 4

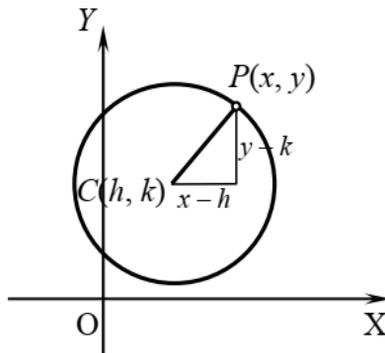
LINGKARAN

A. Persamaan Lingkaran Bentuk Baku

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik pada bidang yang berjarak tetap dari suatu titik tetap. Titik tetap dari lingkaran disebut **pusat lingkaran**, dan jarak tetap dari lingkaran disebut **jari-jari (radius)**. Jadi suatu lingkaran ditentukan oleh dua parameter yaitu titik pusat dan jari-jari lingkaran.

Misalnya kita perhatikan lingkaran yang berpusat di $C(h, k)$ dan dengan jari-jari r (lihat gambar 45). Jika $P(x, y)$ adalah sembarang titik pada lingkaran, maka jarak dari titik pusat $C(h, k)$ ke titik $P(x, y)$ adalah r , akibatnya

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \dots\dots\dots(1)$$



Gambar 45.

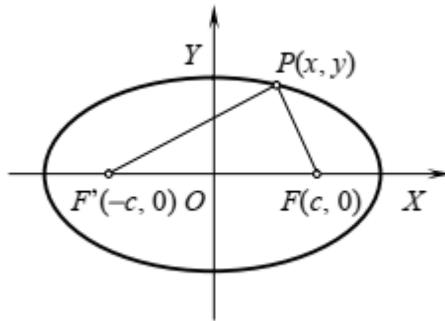
Persamaan (1) di atas disebut persamaan lingkaran **bentuk baku** dari suatu lingkaran yang diketahui letak titik pusat dan jari-jarinya. Koordinat sembarang titik pada lingkaran

BAB 5

ELLIPS

A. Persamaan Ellips Bentuk Baku

Ellips adalah tempat kedudukan titik-titik sedemikian hingga jumlah jaraknya dari pasangan dua titik tertentu yang berbeda adalah konstan tertentu. Dua titik tertentu di atas disebut titik **fokus** (*foci*). Untuk menurunkan persamaan kurva ellips, dimisalkan kedua fokus berada pada sumbu- x dan sumbu- y menjadi bisektor tegak lurus segmen yang menghubungkan kedua fokus. Misalkan jarak antara kedua fokus adalah $2c$, sehingga titik fokusnya adalah $F(c, 0)$ dan $F'(-c, 0)$ (perhatikan gambar 54).



Gambar 54.

Jika $P(x, y)$ adalah sembarang titik yang berada pada ellips, maka menurut definisi akan berlaku

$$PF + PF' = \text{konstan} \dots\dots\dots (1)$$

Dan apabila dimisalkan konstanta tertentu itu adalah $2a$, maka dengan menggunakan rumus jarak untuk menyatakan PF dan PF' diperoleh:

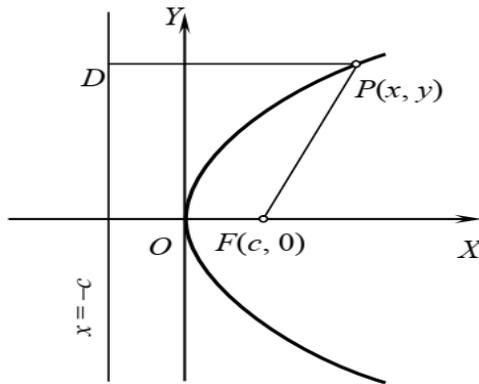
BAB

6

PARABOLA

A. Persamaan Parabola Bentuk Baku

Parabola didefinisikan sebagai tempat kedudukan titik-titik $P(x, y)$ pada bidang sedemikian hingga titik itu berjarak sama dari suatu titik tertentu yang disebut *fokus* dan garis tertentu yang tidak memuat fokus dan disebut *direktrik*. Untuk menentukan persamaan parabola, pertama ditinjau parabola dengan fokus berada pada sumbu- x dan dengan direktrik tegak lurus sumbu- x . Sedangkan sumbu- y diletakkan di tengah-tengah segmen garis hubung dari titik fokus F ke garis direktrik d .



Gambar 64.

Misalkan jarak antara garis direktrik dengan fokus adalah $2c$, maka koordinat titik fokusnya adalah $F(c, 0)$ dan persamaan garis direktrik d adalah $x = -c, c > 0$. (lihat gambar 64).

BAB

7

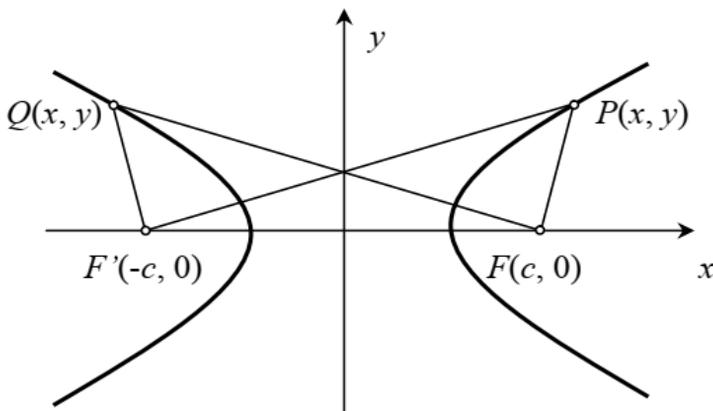
HIPERBOLA

A. Persamaan Hiperbola Bentuk Baku

Hiperbola adalah himpunan semua titik (x, y) pada bidang sedemikian hingga selisih positif jarak titik (x, y) terhadap pasangan dua titik tertentu yang disebut titik **fokus (foci)** adalah tetap.

Untuk menentukan persamaan hiperbola, misalkan kita pilih titik-titik fokus F dan F' terletak pada sumbu- x . Sedangkan sumbu- y diletakkan di tengah-tengah segmen garis FF' .

Misalkan kita tentukan titik fokusnya adalah $F'(-c, 0)$ dan $F(c, 0)$ sedangkan selisih jarak konstan tertentu adalah $2a$. (lihat gambar 75).



Gambar 75.

DAFTAR PUSTAKA

- Ardiansyah, Y.H.N, dkk. 2015. *Teorema pappus pada elips, parabola dan hiperbola*. JOM FMIPA.
- Djoko, A.S., dkk. 2019. *Geometri Analitika*. Kanjuruhan Press. Malang
- Mulia, S. 2017. *Buku Ajar Geometri Analitik*. Deepublish. Makassar
- Sukirman. 2009. *Geometri Analitik Bidang dan Ruang*. Universitas Terbuka

TENTANG PENULIS



Halidin merupakan anak ke delapan dari delapan bersaudara. Penulis dilahirkan di Desa Paria, Kecamatan Mawasangka, Kabupaten Buton Tengah, Provinsi Sulawesi Tenggara pada tanggal 10 Juni 1988. Penulis menempuh pendidikan dimulai dari SD Negeri Paria Desa Morikana pada tahun 1994, melanjutkan SMP Negeri Lanto pada tahun 2001 dan SMA Negeri 1 Mawasangka pada tahun 2004. Kemudian penulis melanjutkan studi sampai kuliah S1 di Universitas Dayanu Ikhsanuddin (UNIDYAN Bau-Bau) jurusan Pendidikan Matematika pada tahun 2007 dan lanjut Kuliah S2 di Institut Teknologi Bandung (ITB) pada tahun 2012 hingga bisa menempuh masa kuliah di Fakultas MIPA jurusan Pengajaran Matematika.

Saat ini penulis aktif sebagai Dosen Pendidikan Matematika di Universitas Sembilanbelas November Kolaka pada tahun 2015 sampai sekarang. Selain jadi dosen, penulis memiliki tugas tambahan yaitu sebagai Asesor BAN S/M Provinsi Sulawesi Tenggara Periode 2021-2025.

Penulis sangat aktif menjalankan tridarma Perguruan Tinggi. Selain mengajar, penulis aktif dalam melakukan pengabdian kepada masyarakat seperti memberikan pelatihan/workshop kepada guru-guru SMP dan SMA, Selain itu penulis juga sangat aktif meneliti dan menulis beberapa jurnal Nasional, dan saat ini penulis dapat menyelesaikan buku yang berjudul Geometri II, berkat ketekunan, motivasi yang tinggi untuk terus belajar dan berkarya, sehingga penulis telah berhasil dalam penyusunan buku tersebut. semoga dengan hadirnya buku ini dapat menambah wawasan bagi semua kalangan khususnya mahasiswa dan dosen pendidikan matematika serta dapat memberikan kontribusi yang positif bagi dunia pendidikan.