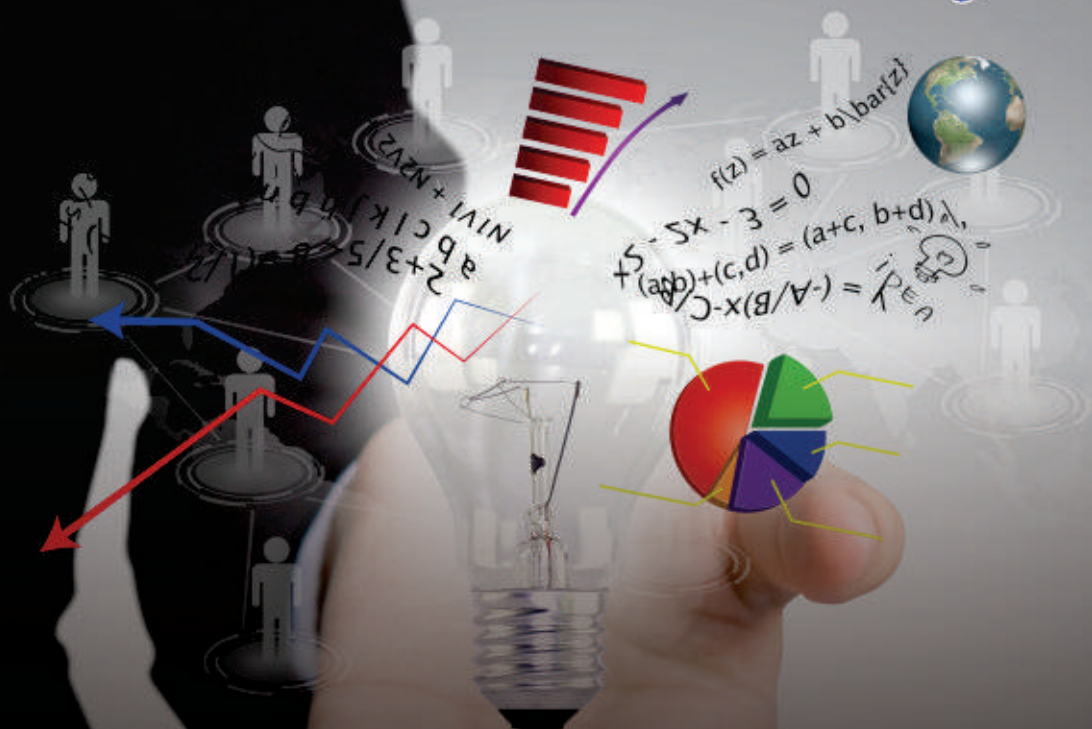


Sahat Pandapotan Nainggolan, S.Mat., M.P.Mat



# Tinta Emas

(Trik dan Taktik dalam Eksplorasi Nalar Kemampuan Siswa)

Olimpiade Matematika  
SD Nasional dan Internasional :  
**BIDANG ALJABAR**



**TINTA EMAS (TRIK DAN TAKTIK DALAM  
EKSPLOKASI NALAR KEMAMPUAN  
SISWA) OLIMPIADE MATEMATIKA SD  
NASIONAL DAN INTERNASIONAL :  
BIDANG ALJABAR**

**Sahat Pandapotan Nainggolan, S.Mat., M.PMat**



**eureka**  
**media aksara**

**PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA**

**TINTA EMAS (TRIK DAN TAKTIK DALAM EKSPLORASI  
NALAR KEMAMPUAN SISWA) OLIMPIADE MATEMATIKA  
SD NASIONAL DAN INTERNASIONAL : BIDANG ALJABAR**

**Penulis** : Sahat Pandapotan Nainggolan, S.Mat., M.PMat

**Desain Sampul** : Eri Setiawan

**Tata Letak** : Siwi Rimayani Oktora

**ISBN** : 978-623-487-163-0

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, SEPTEMBER 2022**  
**ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH**  
**NO. 225/JTE/2021**

**Redaksi:**

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari  
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992

Surel : eurekamediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2022

**All right reserved**

Hak Cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

## KATA PENGANTAR

Syukur kepada Allah atas pertolongan dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan buku ini yang berjudul: TINTA EMAS (Trik dan Taktik dalam Eksplorasi Nalar Kemampuan Siswa) Olimpiade Matematika SD Nasional dan Internasional yang bertujuan untuk menolong dan menambah pengetahuan dalam memahami penyelesaian soal-soal OSN Matematika baik dalam skala Nasional maupun Internasional.

Isi buku ini dimulai dari trik menjawab soal olimpiade matematika, materi olimpiade yang berisi bidang Aljabar secara mendalam yang dapat digunakan sebagai persiapan untuk menghadapi Olimpiade Matematika, kilas balik soal-soal OSK, OSP, dan OSN yang telah diuji sebelumnya bahkan disertai dengan paket soal pemantapan serta latihan soal bagi pembaca yang tertarik untuk mencoba menyelesaikan soal-soal IMSO dan EMIC.

Buku ini dirancang agar siswa bisa mengerti, memahami, bahkan menguasai kilas balik soal-soal OSN tersebut, karena buku ini tidak hanya berisi soal yang telah diselesaikan namun diberikan pengantar bagaimana memahami soal dan materi olimpiade. Dan didalam buku ini, disajikan soal-soal mandiri agar siswa dapat mengerti secara benar cara menjawab soal-soal yang diujikan dalam ajang kompetisi matematika secara nasional maupun internasional bahkan disertakan juga solusi alternatif lain dalam menjawab soal olimpiade, agar pembaca tidak terpaku pada satu cara namun memiliki cara yang lebih efisien.

Dengan hadirnya buku ini, penulis berharap para siswa di Indonesia dapat menggunakan nalar petualangan otaknya secara maksimal dan optimal (*Ingat : Para juara adalah orang-orang yang sistem saraf otaknya bekerja secara efektif*) sehingga jawaban yang dihasilkan jawaban yang tepat dan khas karena penilaian tertinggi dari penyelenggara OSN adalah keakuratan jawaban siswa agar dapat diterima dalam seleksi ajang IMO yang mewakili Negara Indonesia. Penulis berharap buku ini bermanfaat bagi para

pembaca. Kritik dan saran sangat dibutuhkan demi penyempurnaan buku ini.

**Sitoluma**

**Penulis**

## DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR .....	iii
DAFTAR ISI .....	v
BAB 1 TRIK MENJAWAB SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA ....	1
1.1. KETEKUNAN .....	3
1.2. OTAK KIRI .....	5
1.3. OTAK KANAN .....	6
BAB 2 ALJABAR .....	8
2.1. HIMPUNAN .....	8
2.2. SISTEM BILANGAN REAL DAN OPERASI ALJABAR.....	15
2.3. PERSAMAAN, PERTIDAKSAMAAN, DAN SISTEM PERSAMAAN.....	21
2.4. NILAI MUTLAK .....	27
2.5. PERBANDINGAN SENILAI DAN BERBALIK NILAI.....	29
2.6. ARITMATIKA SOSIAL.....	31
2.7. BARISAN DAN DERET .....	34
2.8. GERAK LURUS.....	37
2.9. DEBIT FLUIDA .....	38
SOAL ALJABAR .....	42
PEMBAHASAN SOAL ALJABAR.....	62
SOAL PEMANTAPAN ALJABAR .....	133
KUNCI JAWABAN SOAL PEMANTAPAN ALJABAR .....	155
EMIC PROBLEMS I .....	158
EMIC PROBLEMS II .....	161
EMIC PROBLEMS III.....	164
KUNCI JAWABAN EMIC PROBLEMS I-III .....	168
IMSO PROBLEM I .....	170
IMSO PROBLEMS II .....	177
IMSO PROBLEMS III.....	183
KUNCI JAWABAN IMSO PROBLEMS I-III .....	188
SOAL DAN PEMBAHASAN OSN MATEMATIKA TINGKAT NASIONAL .....	193
DAFTAR PUSTAKA.....	225

TENTANG PENULIS.....	226
LAMPIRAN.....	228



# BAB

# 1

## TRIK MENJAWAB SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA

Pernahkah Anda mengerjakan soal pelajaran di sekolah baik yang diberikan oleh guru maupun yang ada di buku bank soal? Anda dengan sangat cepat dan tepat menyelesaikannya bukan, namun ketika diberikan soal terkait materi yang sama namun merupakan soal olimpiade, Anda tidak mampu mengerjakannya. Kenapa? Karena terdapat perbedaan antara soal Matematika di sekolah dan soal Matematika Olimpiade. Soal Matematika di sekolah bersifat rutin (biasa), sehingga cara pengerjaannya relatif mudah dan banyak ditemukan dalam buku-buku teks sekolah. Sementara itu, soal Olimpiade Matematika bersifat tidak rutin (tidak biasa), sehingga cara pengerjaannya relatif sulit dan tidak banyak ditemukan dalam buku teks sekolah. Soal-soal yang sering dimunculkan lebih cenderung bersifat tricky. Untuk dapat menyelesaikan soal-soal olimpiade matematika, lebih diperlukan ide matematika yang kreatif daripada kemampuan dan kecepatan komputasi. Salah satu ciri utama dari soal olimpiade matematika adalah bersifat non-rutin dan menekankan pada pemecahan masalah (*problem solving*). Oleh karena itu, soal-soal olimpiade matematika jarang ditemui di dalam kelas.

Agar memahami dengan lebih jelas, mari kita perhatikan contoh-contoh berikut ini.

### Contoh Soal 1

Jika  $x + y + 2z = K$ ,  $x + 2y + z = K$ , dan  $2x + y + z = K$ ,  $K \neq 0$ , maka  $x^2 + y^2 + z^2$  jika dinyatakan dalam  $K$  adalah ...

- A.  $\frac{1}{16}K^2$     B.  $\frac{3}{16}K^2$     C.  $\frac{4}{17}K^2$     D.  $\frac{3}{8}K^2$     E.  $\frac{2}{3}K^2$

## A. HIMPUNAN DAN ANGGOTA HIMPUNAN

Himpunan adalah kumpulan objek yang mempunyai ciri yang sama.

Anggota himpunan dilambangkan dengan " $\in$ ", sedangkan bukan anggota himpunan dilambangkan dengan " $\notin$ ".

Banyaknya anggota himpunan  $A$  dinotasikan  $n(A)$ .

## B. JENIS-JENIS HIMPUNAN

### 1. Himpunan Kosong

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota. Dilambangkan  $\{ \}$  atau  $\emptyset$ .

### 2. Himpunan Berhingga

Himpunan berhingga adalah himpunan yang banyak anggotanya berhingga.

Contoh:  $A = \{1, 2, 4, 7\}$ ;  $n(A) = 4$ .

### 3. Himpunan Tak Berhingga

Himpunan tak berhingga adalah himpunan yang banyak anggotanya tak berhingga.

Contoh:

$L = \{1, 4, 7, 10, \dots\}$ ;  $n(B)$  tak berhingga, dapat ditulis  $n(B) = \infty$

## DAFTAR PUSTAKA

- Forum Pembina Olimpiade. 2008. Sukses Menguasai Soal-soal Olimpiade Matematika SD Nasional dan Internasional. Yogyakarta. Indonesia Cerdas.
- Husein Tampomas. 2006. Langkah Cerdas Menuju Olimpiade Matematika: Soal-soal dan Solusi Jilid 1, 2, dan 3. Jakarta : Grasindo.
- Husein Tampomas dan Ridwan Hasan Saputra. 2004. Siap Menghadapi Olimpiade Matematika Untuk Sekolah Dasar. Jakarta : Grasindo.
- Jiagu, Xu. 2010. *Lecture Notes on Mathematical Olympiad Courses for Junior Section Vol. 1*. Singapore : World Scientific Publising Co. Pte. Ltd.
- Jiagu, Xu. 2010. *Lecture Notes on Mathematical Olympiad Courses for Junior Section Vol. 2*. Singapore : World Scientific Publising Co. Pte. Ltd.
- Muslihun, 2017. *Top Master Olimpiade SMP Nasional dan Internasional*. Jakarta : Grasindo.
- Muslihun, 2016. *Top Sukses Olimpiade Matematika SD/MI*. Jakarta : Grasindo.
- Muslihun, 2017. *Sukses Juara Olimpiade Matematika SMP Nasional dan Internasional*. Jakarta : Grasindo.
- Muslihun dan Hildayani, Suci Z. 2015. *Sukses Juara Olimpiade Matematika SMA/MA Nasional dan Internasional*. Jakarta : Grasindo.
- Nikenasih Binatari. 2007. Super Genius Olimpiade Matematika SD. Yogyakarta : Pustaka Widyatama.
- Suwah Sembiring dan Sukino Suparmin, 2012. *Pena Emas OSN Matematika SMA*. Bandung : Yrama Widya.

## TENTANG PENULIS



**Sahat Pandapotan Nainggolan, S.Mat., M.PMat.** Penulis merupakan putra daerah yang besar di Pematang Siantar, Medan, Sumatera Utara. Lahir di salah satu kota kecil tepatnya tanggal 01 Agustus 1994 dan menyelesaikan sekolah dasar di SDN 091257 Gunung Hataran pada tahun 2005, dilanjut di SMP Swasta HKBP dan lulus tahun 2008, kemudian di SMAN 1 Siantar pada tahun

2011. Penulis sangat suka belajar, hal itu membuatnya untuk melanjutkan ke pendidikan tinggi pada tahun 2011 di Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) Bandung, dengan jurusan Matematika (murni) bidang analisis dan geometri dan selesai pada tahun 2015 dalam waktu 3,5 tahun dengan predikat *cumlaude* dan menjadi mahasiswa berprestasi tingkat Universitas yang dibacakan oleh Rektor UPI ketika acara wisuda, serta pendidikan S2 diselesaikan di Institut Teknologi Bandung, dengan jurusan Pengajaran Matematika bidang Aljabar dalam waktu 1,5 tahun (3 semester).

Kencintaan dan kegemaran penulis pada Olimpiade terlihat ketika penulis pernah meraih juara 1 OSN FISIKA Tingkat SMA se Kabupaten/Kota. Ketika melanjutkan pendidikan di UPI, penulis pernah mengikuti ajang olimpiade matematika seperti OSN Pertamina dan ON MIPA-PT, dan pernah mewakili kampus UPI mengikuti ajang Olimpiade Sains Nasional Yogyakarta.

Matematika adalah bidang ilmu yang dicintai penulis, sejak duduk di sekolah dasar karena satu waktu ada soal yang diberikan oleh salah seorang guru dan satu-satunya yang bisa mengerjakan soal itu adalah penulis dan saat itu penulis merasa bangga dan terus menggeluti ilmu matematika. Selain berkuliah di UPI dan ITB, penulis adalah aktivitis dalam bidang sosial dan melayani siswa/i dalam menemukan jati dirinya.

Penulis merupakan penerima beasiswa Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) (2016-2018) dan juga penerima beasiswa bidik misi (2011-2015) dari Pemerintah.

Saat ini, penulis merupakan salah satu dosen di kampus Institut Teknologi Del di Sumatera Utara dan terlibat sebagai pengajar di Lembaga Olimpiade Pendidikan Indonesia (LOPI), dimana sebelumnya beliau mengajar di Universitas Katolik Parahyangan sejak 2018-Januari 2022. Selain mengajar, penulis juga suka menulis dan membaca. Penulis dapat dihubungi melalui alamat email: [sahat.nainggolan@del.ac.id](mailto:sahat.nainggolan@del.ac.id) atau [sahatpandapotannainggolan@gmail.com](mailto:sahatpandapotannainggolan@gmail.com)

## LAMPIRAN

### Singkatan

*EMIC* : *Elementary Mathematics International Contest*

*IMSO* : *International Mathematics and Science Olympiad*

OSK : Olimpiade Sains Kabupaten

OSN : Olimpiade Sains Nasional

OSP : Olimpiade Sains Provinsi

### Tabel Huruf Romawi

Huruf		Bacaan	Huruf		Bacaan
Besar	Kecil		Besar	Kecil	
A	$\alpha$	alpha	N	$\nu$	nu
B	$\beta$	beta	$\Xi$	$\xi$	ksi
$\Gamma$	$\gamma$	gamma	O	$o$	omicron
$\Delta$	$\delta$	delta	$\Pi$	$\pi$	pi
E	$\epsilon$	epsilon	P	$\rho$	rho
Z	$\zeta$	zeta	$\Sigma$	$\sigma$	sigma
H	$\eta$	eta	T	$\tau$	tau
$\Theta$	$\theta$	theta	Y	$\upsilon$	upsilon
I	$\iota$	iota	$\Phi$	$\phi$	phi
K	$\kappa$	kappa	X	$\chi$	chi
$\Lambda$	$\lambda$	lambda	$\Psi$	$\psi$	psi
M	$\mu$	mu	$\Omega$	$\omega$	omega

## Notasi Himpunan Bilangan

- $\mathbb{N}$  : Bilangan bulat positif (bilangan asli)  
 $\mathbb{N}_0$  : Bilangan bulat *non-negative* (bilangan cacah)  
 $\mathbb{Z}$  : Bilangan bulat  
 $\mathbb{Z}^+$  : Bilangan bulat positif  
 $\mathbb{Z}_n$  : Bilangan bulat modulo  $n$   
 $\mathbb{R}$  : Bilangan real  
 $\mathbb{R}^+$  : Bilangan real positif  
 $\mathbb{R}_0^+$  : Bilangan real *non-negative*  
 $\mathbb{Q}$  : Bilangan rasional  
 $\mathbb{Q}^+$  : Bilangan rasional positif  
 $\mathbb{Q}_0^+$  : Bilangan rasional *non-negative*  
 $\mathbb{C}$  : Bilangan kompleks

## Tabel Simbol Pada Geometri

Simbol	Nama Simbol	Simbol	Nama Simbol
$\sphericalangle$	Sudut	$\perp$	Tegak lurus
$\sphericalangle$	Sudut terukur	$\parallel$	Sejajar
$\sphericalangle$	Sudut bulat	$\nparallel$	Tidak sejajar
$\text{L}$	Sudut siku-siku	$\cong$	Kongruen dengan
$^\circ$	Derajat	$\sim$	Kesebangunan
deg	Derajat	$\Delta$	Segitiga
'	Menit	$ y - x $	Jarak $x$ ke $y$
"	Detik	$\pi$	Konstanta pi
$\overline{AB}$	Garis AB	rad	Radian
$\overline{AB}$	Segmen garis AB	$c$	Radian
$\overline{AB}$	Sorot AB	grad	Gradien
$\widehat{AB}$	Busur AB	$m$	Gradien