

Dr. Ir. Hutagamissufardal



# MATEMATIKA DASAR

UNTUK TEKNIK SIPIL

$$\frac{(k+1) \cdot n! + \sum_{j=0}^k (n! \cdot (n-k))}{(k+1)! \cdot b^{n-k} + \sum_{j=0}^k \binom{n}{k-j} a^k b^{n-k}}$$
$$\frac{(k+1)! \cdot (n-k)!}{(k+1) \cdot n! + \sum_{j=0}^k \binom{n}{k-j} a^k b^{n-k}} u_1^2 + P_1 + V_1$$
$$\frac{(k+1)! \cdot (n-k)!}{n! \cdot (n+1)^k} \frac{1}{a^k b^{n-1-k} + b^{n-k}}$$



# MATEMATIKA DASAR UNTUK TEKNIK SIPIL

Dr. Ir. Hutagamissufardal



**eureka**  
**media aksara**

**PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA**

## MATEMATIKA DASAR UNTUK TEKNIK SIPIL

**Penulis** : Dr. Ir. Hutagamissufardal

**Desain Sampul** : Eri Setiawan

**Tata Letak** : Siwi Rimayani Oktora

**ISBN** : 978-623-487-124-1

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, SEPTEMBER 2022**  
**ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH**  
**NO. 225/JTE/2021**

**Redaksi:**

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari  
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992

Surel : eurekamediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2022

**All right reserved**

Hak Cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

## PRAKATA

Buku Matematika Dasar untuk Teknik Sipil ini merupakan salah satu bagian dari buku ajar Matematika Teknik yang dipakai di Program Studi Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Lambung Mangkurat. Seiring dengan bertambahnya program studi yang ada, maka dirasa perlu untuk menyatukan materi matematika dasar menjadi satu kesatuan buku. Harapannya bahwa buku tersebut dapat digunakan oleh setiap program studi. Penyampaiannya di kelas tentu saja berdasarkan tuntutan silabus yang ada pada masing-masing program studi. Sebagian besar materi di dalam buku ini diambil dari referensi yang ada. Walaupun isi buku merupakan rangkuman dari beberapa literatur, namun jangan sampai mahasiswa menggunakannya hanya sebagai satu-satunya bahan bacaan karena materi dari referensi yang asli tetap merupakan pilihan utama.

Buku Matematika Dasar untuk Teknik Sipil ini terutama dimaksudkan untuk memberikan pengertian mendasar tentang konsep Matematika sebagai ilmu dasar yang sangat penting dalam rekayasa sehingga dapat dimengerti oleh mahasiswa dengan baik. Selain itu buku ini dapat dijadikan sebagai buku pegangan bagi dosen pemegang mata kuliah Matematika karena disertai pembahasan yang detail tentang teori dasarnya serta contoh soal yang menyertai setiap permasalahan.

Isi buku terdiri dari 7 bagian. Setiap bagian dibahas mulai dari teori disertai beberapa contoh aplikasi sederhana.

- Bagian 1 Sistem Bilangan
- Bagian 2 Fungsi dan Limit
- Bagian 3 Differensiasi
- Bagian 4 Terapan Differensial
- Bagian 5 Integrasi
- Bagian 6 Terapan Integrasi
- Bagian 7 Koordinat Kutub

Ucapan terima kasih yang dalam penulis ucapkan pada sesama rekan yang telah memberikan masukan demi penyempurnaan buku ini.

Buku ini telah diusahakan untuk dapat disajikan dengan baik, namun penulis menyadari bahwa tidak ada karya yang sempurna. Untuk itu semua saran dan kritik dari pembaca akan diterima dengan senang hati untuk penyempurnaannya di masa yang akan datang. Akhir kata penulis berharap dengan terbitnya buku ini dapat bermanfaat bagi ilmu pengetahuan.

Banjarbaru, Februari 2022

Penulis,  
Hutagamissufardal

## DAFTAR ISI

PRAKATA .....	iii
DAFTAR ISI.....	v
BAGIAN 1 SISTEM BILANGAN.....	1
1.1 Bilangan dan Ketidaksamaan .....	2
1.2 Selang ( <i>Interval</i> ).....	5
1.3 Nilai Mutlak .....	8
1.4 Bilangan, Koordinat, dan Grafik.....	11
1.5 Jarak, Lingkaran, dan Persamaan Garis $y = ax^2 + bx + c$ .....	13
BAGIAN 2 FUNGSI DAN LIMIT .....	17
2.1 Pendahuluan .....	18
2.2 Operasi Fungsi .....	20
2.3 Grafik Fungsi.....	22
2.4 Limit (Pendahuluan).....	26
2.5 Teknik Perhitungan Limit .....	31
2.6 Limit (Pendekatan Yang Lebih Teliti) .....	34
2.7 Kontinuitas .....	38
2.8 Limit dan Kontinuitas Fungsi Trigonometri .....	41
BAGIAN 3 DIFFERENSIASI .....	43
3.1 Garis Singgung dan Perubahan Nilai .....	44
3.2 Turunan .....	49
3.3 Teknik-teknik Differensial.....	52
3.4 Turunan Fungsi Trigonometri .....	56
3.5 Aturan Rantai .....	57
3.6 Differensiasi Implisit.....	61
3.7 Turunan Fungsi Transenden.....	63
BAGIAN 4 TERAPAN DIFFERENSIAL .....	67
4.1 Berhubungan Dengan Kecepatan Relatif.....	68
4.2 Kelengkungan .....	71
4.3 Hubungan Nilai Ekstrem (Uji Turunan I, Uji turunan II).....	77
4.4 Nilai Minimum dan Maksimum Fungsi.....	80
4.5 Penggunaan Masalah Minimum dan Maksimum .....	82
4.6 Metode Newton .....	86

4.7	Teorema Rolle dan Teorema Nilai Rata-rata.....	88
BAGIAN 5	INTEGRASI .....	92
5.1	Konsep Anti Turunan .....	93
5.2	Integrasi U-substitusi .....	97
5.3	Integrasi Bagian .....	99
5.4	Integrasi Sin dan Cos Berpangkat.....	102
5.5	Integrasi Tan dan Sec Berpangkat.....	105
5.6	Integrasi Substitusi Trigonometri .....	108
5.7	Integrasi Fungsi Rasional.....	110
5.8	Integrasi Dengan Berbagai Substitusi .....	113
5.9	Integrasi Fungsi Hiperbolis .....	115
5.10	Integral Tertentu.....	117
BAGIAN 6	TERAPAN INTEGRAL .....	120
6.1	Luas Antara Dua Kurva.....	121
6.2	Volume Benda Padat.....	125
6.3	Panjang Kurva .....	137
6.4	Luas Permukaan Benda Putar .....	141
6.5	Gerakan Garis Lurus .....	145
6.6	Kerja.....	148
6.7	Tekanan Zat Cair .....	150
6.8	Pusat Massa Luasan .....	152
BAGIAN 7	KOORDINAT KUTUB .....	157
7.1	Sistem Koordinat Kutub .....	158
7.2	Kardiod dan Limason .....	169
7.3	Perpotongan Kurva-kurva Dengan Koordinat Kutub.....	173
7.4	Kalkulus dengan Koordinat Kutub.....	174
DAFTAR PUSTAKA	.....	184
TENTANG PENULIS	.....	185

## BAGIAN

# 1

# SISTEM BILANGAN

Dalam bagian 1 Sistem Bilangan kita akan mempelajari berbagai jenis bilangan, pemakaian tanda persamaan dan pertidaksamaan, menggambarkan himpunan penyelesaian pada selang bilangan, menggambar fungsi pada koordinat kartesius, menghitung nilai mutlak, dan menghitung jari-jari dan pusat lingkaran.

Materi pada bagian 1 ini merupakan pengulangan dari pelajaran Matematika yang Anda peroleh dari SMU dulu. Untuk itu perlu diingat kembali materi mengenai sistem bilangan yang telah Anda pelajari. Selain itu materi pada bagian 1 ini merupakan batu loncatan untuk mempelajari materi selanjutnya dari mata kuliah Matematika Teknik I, untuk itu Anda harus menguasai bagian ini dengan sempurna agar tidak menemui kesulitan dalam mempelajari materi selanjutnya.

Kompetensi yang diharapkan setelah Anda menyelesaikan bagian 1 Sistem Bilangan adalah Anda akan mampu :

1. Menyebutkan jenis bilangan dan membuat masing-masing 3 contoh.
2. Menghitung bilangan mutlak
3. Menuliskan himpunan penyelesaian pada selang bilangan
4. Membuat lukisan grafik pada koordinat kartesius
5. Menghitung jarak, jari-jari, dan pusat lingkaran

## BAGIAN

# 2

# FUNGSI DAN LIMIT

Materi mengenai fungsi, limit, dan kontinuitas akan kita pelajari dalam Bagian 2 Fungsi dan Limit. Pada bagian Fungsi akan mempelajari tentang jenis-jenis fungsi dalam matematika dan operasi yang digunakan. Pada bagian Limit akan mempelajari konsep dasar mengenai limit, cara menghitung nilai limit, dan penggunaan limit untuk fungsi trigonometri. Sedangkan pada bagian kontinuitas akan dipelajari tentang kontinuitas berbagai macam fungsi dalam penggambarannya pada sebuah grafik.

Fungsi dan limit merupakan konsep dasar dalam kalkulus. Pada bagian selanjutnya, yaitu Differensial dan Integral, Anda akan mengerti bagaimana limit memegang peranan penting dalam menjelaskan suatu konsep matematika. Untuk itu perlu penguasaan yang baik untuk bagian 2 ini.

Kompetensi yang diharapkan setelah menyelesaikan bagian 2 Fungsi dan Limit adalah Anda diharapkan mampu :

1. Melakukan operasi fungsi, meliputi penjumlahan, perkalian, pengurangan, dan pembagian
2. Menghitung komposisi fungsi
3. Melukiskan grafik fungsi pada bidang koordinat kartesius
4. Menerapkan 4 teknik perhitungan limit untuk berbagai macam fungsi
5. Menghitung kontinuitas fungsi

## BAGIAN

# 3

## DIFFERENSIASI

Bagian 3 Differensiasi berisi materi tentang penerapan konsep limit untuk menghitung turunan dan berbagai teknik differensial. Pada penerapan konsep limit, Anda akan diperkenalkan dengan konsep dasar mencari turunan sebuah fungsi dengan menggunakan limit. Sedangkan pada teknik differensial, Anda akan mempelajari 6 (enam) teknik dasar untuk mencari turunan sebuah fungsi.

Differensiasi merupakan materi penting untuk mengikuti materi dalam seri matematika berikutnya, yaitu Matematika II dan Matematika III. Untuk itu penguasaan yang sempurna terhadap teknik differensial menjadi hal yang mutlak.

Kompetensi yang diharapkan setelah menyelesaikan bagian 3 Differensiasi adalah Anda diharapkan mampu :

1. Menghitung turunan fungsi dengan menggunakan konsep limit
2. Menghitung turunan fungsi dengan menggunakan 7 (tujuh) teorema dasar turunan
3. Menghitung turunan fungsi trigonometri
4. Menghitung turunan dengan menggunakan aturan rantai
5. Menghitung turunan fungsi implisit
6. Menghitung turunan fungsi transenden
7. Menghitung turunan kedua dan turunan ketiga

## BAGIAN

# 4

# TERAPAN DIFFERENSIAL

Dalam bagian 4 Terapan Differensial, kita akan mempelajari materi bagaimana konsep differensial dapat dipergunakan untuk mengatasi persoalan yang terjadi di sekitar kita. Penerapannya terutama akan di bahas dalam masalah kecepatan relatif, menggambar kurva fungsi, menentukan nilai maksimum fungsi, dan menerapkan konsep nilai maksimum untuk menghitung volume maksimum benda.

Konsep differensial yang diterapkan umumnya tidak rumit. Yang menjadi permasalahan adalah bagaimana mencermati setiap persoalan sehingga kita mampu menjawab persoalan yang ditanyakan dengan menerapkan teknik differensial. Berlatihlah dengan tekun untuk mendapatkan hasil yang maksimal.

Kompetensi yang diharapkan setelah Anda menyelesaikan bagian 4 Terapan Differensial adalah Anda akan mampu menerapkan konsep differensial untuk memecahkan persoalan :

1. Kecepatan relatif
2. Menentukan posisi dimana fungsi naik, turun, dan konstan
3. Menentukan nilai maksimum dan minimum fungsi
4. Menentukan luasan atau volume benda yang paling maksimum/minimum.

## BAGIAN

# 5

# INTEGRASI

Dalam bagian 5 Integrasi, kita akan mempelajari konsep dasar integrasi, teknik-teknik dasar integrasi, dan integral tertentu. Ada delapan teknik dasar yang akan dipelajari, yaitu metode u-substitusi, integral bagian, integral sin dan cos berpangkat, integral sec dan tan berpangkat, integral fungsi trigonometri, integral fungsi rasional, integral fungsi hiperbolis, dan integral dengan berbagai macam substitusi.

Penguasaan teknik integrasi yang sempurna akan membantu Anda dalam mengikuti mata kuliah lain, yaitu Matematika II, Matematika III, Matematika IV, Analisa Struktur, dan Hidrolika.

Kompetensi yang diharapkan setelah Anda menyelesaikan bagian 5 Integrasi adalah Anda akan mampu :

1. Menjelaskan kembali prinsip anti turunan
2. Menyelesaikan soal integral tak tentu dengan menggunakan delapan teknik dasar integrasi.
3. Menghitung integral tertentu.

TERAPAN  
INTEGRAL

Dalam bagian 6 Terapan Integral, kita akan mempelajari bagaimana teknik integrasi yang telah Anda pelajari dalam bagian 5 diterapkan untuk memecahkan persoalan di sekitar kita. Penerapan teknik integrasi dibatasi pada permasalahan menghitung luas kurva, menghitung volume benda padat, menghitung tekanan zat cair, dan menghitung kerja.

Pengetahuan pada bagian 6 ini diharapkan memberikan sedikit informasi kepada Anda, bahwa ilmu matematika sebenarnya sangat mudah diterapkan untuk mengatasi persoalan. Ilmu matematika tidak hanya sebatas angka-angka perhitungan saja, tapi dapat digunakan untuk memecahkan persoalan yang terjadi di sekeliling kita.

Kompetensi yang diharapkan setelah Anda menyelesaikan bagian 6 Terapan Integrasi adalah Anda akan mampu:

1. Menghitung luas antara dua kurva.
2. Menghitung volume benda padat dengan menggunakan metode irisan, metode cakram, metode cincin, dan metode selimut tabung.
3. menghitung panjang kurva sebuah fungsi.
4. Menghitung luas permukaan benda putar.
5. Menghitung tekanan zat cair.
6. Menghitung momen inersia.

## BAGIAN

# 7

# KOORDINAT KUTUB

Bagian 7 Koordinat Kutub mempelajari bagaimana teknik integrasi yang telah Anda pelajari dalam bagian sebelumnya dapat digunakan untuk menyelesaikan soal yang berhubungan dengan koordinat kutub, yaitu sistem koordinat yang terdiri dari nilai  $x$  dan nilai sudut. Pengetahuan teknik integrasi dan teknik differensial yang telah Anda pelajari pada bagian sebelumnya, sangat bermanfaat untuk digunakan pada bagian tujuh ini. Untuk itu kuasai teknik integrasi dan differensial agar Anda tidak mempunyai masalah dalam penyelesaian soal koordinat kutub.

Kompetensi yang diharapkan setelah Anda menyelesaikan bagian 7 Koordinat Kutub adalah Anda akan mampu:

1. Membuat gambar grafik yang berasal dari persamaan kutub.
2. Menentukan koordinat kartesius yang berasal dari koordinat kutub, dan sebaliknya.
3. Menentukan persamaan ellips untuk koordinat kutub.
4. Menentukan titik potong untuk dua grafik koordinat kutub.
5. Menghitung garis singgung dan menghitung luas grafik koordinat kutub.

## DAFTAR PUSTAKA

- Edwin J. Purcell, Varberg, D., Susila, I.N., Kartasasmita, B., dan Rawuh, 1988, *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid I & II*, PT. Erlangga, Jakarta
- Erwin Kreyszig, 2006, *Advanced Engineering Mathematics*, Jhon Willey and Sons
- Frank Ayres, Ault, J.C, dan Prasetio, L., 1994, *Kalkulus edisi kedua*, PT. Erlangga, Jakarta
- Howard Anton, 1994, *Calculus with Geometric Analytic*, John Willey & Sons, Singapore
- John Bird, 2010, *Basic Engineering Mathematics*, Elsevier, USA

## TENTANG PENULIS



Hutagamissufardal, lahir dari pasangan Malian bin Yazid dan Fatmah binti Asik pada tanggal 12 Februari 1970 di desa Lumpatan, sekitar 115 km dari kota Palembang. Menikah dengan Sri Yuniarsih binti H. Asan Welas dan dikarunia 4 orang anak yaitu Afif Rum Nurfani, Muhammad Dhiya Khairi Ananda, Muhammad Dary Raihan Arriza, dan Muhammad Royyan Atho'illah Assajid

Pendidikan dasar dan menengah sebagian besar diselesaikan di kota Bandung, yaitu pada SDN Kiaracandong 1, SMPN 4, dan SMAN 14. Pendidikan S1 diselesaikan di Universitas Lambung Mangkurat pada bidang Teknik Sipil (Geoteknik). Pendidikan S2 diselesaikan di Universitas Gadjah Mada pada bidang Teknik Sipil (Geoteknik). Pendidikan S3 diselesaikan di Institut Teknologi Sepuluh Nopember juga pada bidang Teknik Sipil (Geoteknik).

Saat ini aktif sebagai dosen pada Universitas Lambung Mangkurat dengan bidang keahlian Geoteknik (Teknik Sipil) sejak tahun 1995. Mengajar pada Program Studi Teknik Sipil, Program Profesi Insinyur, dan Program Magister Teknik Sipil. Selain aktif sebagai dosen, juga terlibat dalam beberapa pekerjaan desain sebagai tenaga ahli geoteknik pada proyek nasional, diantaranya perencanaan jalan nasional, perencanaan bangunan pengendali longsor pada jalan nasional, perencanaan jalan tambang, perencanaan timbunan dan galian pada jalan tambang, dan lain-lain.