Jahring, S.Pd., M.Sc.

METODE ELEMEN BATAS *DUAL RECIPROCITY*

PADA SALURAN IRIGASI JALUR

Tentang Penulis

Jahring, S.Pd., M.Sc. Lahir di Tanggetada (salah satu kecamatan tertua yang ada di Kab. Kolaka Sulawesi Tenggara) pada tanggal 28 Mei 1989. Anak ketiga dari lima bersaudara dari pasangan M. Jiring dan Rosmina. Saat ini berdomisili di Kelurahan Balandete Kecamatan Kolaka Kabupaten Kolaka Sulawesi Tenggara. Telah menyelesaikan studi strata-1 (S-1) di Program Sudi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas 19 November Kolaka (2007-2011). Lulus Strata-2 (S-2) di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Gadjah Mada Yogyakarta (2013-2015). Karirnya dimulai sebagai guru tidak tetap (GTT) di SMP Negeri 1 Tanggetada (2011-2012). Dosen tetap non PNS di Universitas Sembilanbelas November Kolaka (2011-2018). Dosen tetap PNS di Universitas Sembilanbelas November Kolaka (2018-Sekarang). Penulis diberi tanggungjawab dalam mengemban tugas sebagai Dosen pada bahan kajian matematika terapan dan Pendidikan Matematika. Saat ini penulis aktif dalam melakukan penelitian dan pengabdian kepada masyarakat serta penulisan buku.

eureka media aksara
Anggota IKAPI

0858 5343 1992
eurekamediaaksara@gmail.com
Jl. Banjaran RT.20 RW.10
Bojongsari - Purbalingga 53362

ISBN 978-623-487-283-5
9 786234 872835

METODE ELEMEN BATAS *DUAL RECIPROCITY* PADA SALURAN IRIGASI JALUR

Jahring, S.Pd., M.Sc.

PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA

METODE ELEMEN BATAS *DUAL RECIPROCITY* PADA SALURAN IRIGASI JALUR

Penulis : Jahring, S.Pd., M.Sc.

Desain Sampul : Eri Setiawan

Tata Letak : Siwi Rimayani Oktora

ISBN : 978-623-487-283-5

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, OKTOBER 2022**
ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH
NO. 225/JTE/2021

Redaksi:
Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992

Surel : eurekamediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2022

All right reserved

Hak Cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, Tuhan Yang Maha Esa. Karena atas berkat dan Rahmat-Nya, buku yang berjudul "Metode Elemen Batas *Dual Reciprocity* pada Saluran Irigasi Jalur" dapat penulis selesaikan. Penulis menyadari bahwa terselesaikannya buku ini tidak lepas dari bantuan dan bimbingan berbagai pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih atas bantuan dan bimbingannya sehingga buku ini dapat menjadi salah satu referensi bagi pembaca.

Buku ini membahas penerapan metode numerik tentang metode elemen batas *dual reciprocity* pada berbagai saluran irigasi jalur dalam menentukan *suction potential* dan *water content* di dalam tanah jenis *Pima Clay Loam*. Dalam penerapannya, memberikan informasi dan deskripsi tentang perbandingan *suction potential* dan *water content* pada setiap jenis saluran irigasi jalur yang ditetapkan (*flat, semi circular, rectangular,* dan *trapezoidal*), baik yang dilengkapi dengan lapisan impermeabel, maupun yang tidak. Tujuan utama penerapan metode elemen batas *dual reciprocity* adalah untuk menentukan solusi secara numerik, karena berbagai metode hanya sebatas solusi secara analitik. Proses penerapannya cukup sulit, sehingga menggunakan bantuan program MATLAB dalam menemukan solusi yang dimaksud dan demi tercapainya tujuan penulisan.

Harapan penulis bahwa hadirnya buku ini dapat menambah informasi bagi para pembaca, dosen, peneliti, mahasiswa dan semua kalangan yang menggeluti metode numerik. Penulis menyadari bahwa buku ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis secara terbuka menerima saran dan kritik demi penyempurnaan buku ini. Akhir kata, semoga buku ini dapat menambah motivasi penulis sendiri serta penulis lain diluaran sana untuk senantiasa menuangkan ide-ide kreatifnya menjadi suatu buku yang dipublikasikan secara nasional.

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR iii
DAFTAR ISI iv
DAFTAR GAMBAR vi
BAB 1 PENDAHULUAN 1
BAB 2 METODE ELEMEN BATAS 4
A. Definisi Metode Elemen Batas 4
B. Konsep Dasar Metode Elemen Batas 6
1. Infiltrasi 6
2. Teorema Divergensi Gauss 9
3. Identitas Kedua Green 11
4. Fungsi Dirac Delta 12
5. Persamaan Laplace Dua Dimensi 15
C. Solusi Persamaan Laplace dengan Metode Elemen Batas 19
1. Hubungan Reciprocal 19
2. Solusi Integral Batas 20
D. Solusi Persamaan Helmholtz dengan Metode Elemen Batas *Dual Reciprocity* 29
1. Formulasi Integral 29
2. Aproksimasi Domain Integral 31
3. Prosedur Metode Elemen Batas *Dual Reciprocity* 34
BAB 3 MODEL-MODEL MATEMATIKA MASALAH INFILTRASI 40
A. Persamaan Richards 40
B. Persamaan Helmholtz 43
BAB 4 INFILTRASI STASIONER PADA SALURAN PERIODIK 49
A. Formulasi Masalah 49
B. Syarat Batas 51
1. Saluran *Flat* 51
2. Saluran *Non-Flat* Tanpa Lapisan Impermeabel 56
3. Saluran *Non-Flat* dengan Lapisan Impermeabel 61
C. Metode Elemen Batas *Dual Reciprocity* 64
1. Saluran *Flat* 64
2. Saluran *Non-Flat* Tanpa Lapisan Impermeabel 68

3. Saluran *Non-Flat* dengan Lapisan Impermeabel..... 71
BAB 5 PENERAPAN METODE ELEMEN BATAS DUAL RECIPROCITY PADA SALURAN IRIGASI JALUR..... 72
A. Implementasi MEBDR pada MATLAB 73
1. Tahap *Pre* Proses..... 73
2. Tahap Proses 75
3. Tahap *Post* Proses 76
B. Hasil Implementasi MEBDR pada MATLAB..... 79
DAFTAR PUSTAKA..... 88
TENTANG PENULIS 90

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Contoh Masalah Nilai Batas 5
Gambar 2.2. Perbedaan Diskritisasi pada MEB, MBH, dan MEH.....5
Gambar 2.3. Kerangka Percobaan Darcy 7
Gambar 2.4. Integral Batas Domain R dengan Kurva C 9
Gambar 2.5. Lingkaran domain Ω, radius ρ, dan Pusat P_0 18
Gambar 2.6. Daerah $C \cup C_\varepsilon$dengan pusat (ξ, η)dan radius ε, (Ang, 2007).....20
Gambar 2.7. Daerah Kurva D yang Cenderung Ke Kurva C, (Ang, 2007).....23
Gambar 2.8. Diskritisasi Batas Domain, (Solekhudin, 2013).....24
Gambar 2.9. Aproksimasi dengan Empat Elemen Batas 25
Gambar 2.10. Aproksimasi dengan Tiga Titik Kolokasi pada Batas Interior R dan Satu Titik Kolokasi pada Interior R.....36
Gambar 3.1. Aliran Air Vertikal, (Solekhudin, 2013) 40
Gambar 3.2. Penampang Tanah dengan Sumber Air Periodik, (Azis, 2012) 42
Gambar 4.1. Saluran Irigasi Periodik, (Lobo, 2008; Solekhudin, 2013). 50
Gambar 4.2. Domain Masalah Infiltrasi Saluran Periodik, (Solekhudin, 2013).....51
Gambar 4.3. Syarat Batas Masalah Infiltrasi Saluran Flat 52
Gambar 4.4. Syarat Batas dalam Variabel Tak Berdimensi.....54
Gambar 4.5. Syarat Batas dalam ϕ 56
Gambar 4.6. Syarat Batas Saluran Non-Flat Tanpa Lapisan Impermeabel.....57
Gambar 4.7. Syarat Batas Saluran Non-Flat dalam ϕ.....60
Gambar 4.8. Syarat Batas Saluran Non-Flat.....63
Gambar 5.1. Diagram Alur Tahapan Pre Proses 74
Gambar 5.2. Diagram Alur Tahapan Proses.....75
Gambar 5.3. Diagram Alur Tahapan Post Proses.....77
Gambar 5.4. Sistematika Implementasi MEBDR dengan MATLAB 78

Gambar 5.5. Suction Potential dan Water Content Saluran pada X = 15 80
Gambar 5.6. Suction Potential dan Water Content Saluran pada X = 30 81
Gambar 5.7. Suction Potential dan Water Content Saluran pada X = 50 82
Gambar 5.8. Suction Potential dan Water Content Saluran pada X = 65 83
Gambar 5.9. Suction Potential dan Water Content Saluran pada X = 85 83
Gambar 5.10. Distribusi Nilai ψ pada Saluran Trapezoidal 85
Gambar 5.11. Distribusi Nilai ψ pada Saluran Rectangular dengan Lapisan Impermeabel 86
Gambar 5.12. Distribusi Nilai ψ pada Saluran Trapezoidal dengan Lapisan Impermeabel 86

METODE ELEMEN BATAS *DUAL RECIPROCITY* PADA SALURAN IRIGASI JALUR

BAB 1 PENDAHULUAN

Air merupakan unsur yang sangat diperlukan oleh tanaman dan segala hal yang berkaitan dengan kegiatan pertanian. Dengan ketersedian air yang cukup dapat menjadi faktor pendukung meningkatnya hasil pertanian. Tanaman membutuhkan air untuk memenuhi kebutuhan akan unsur hara dan sekaligus pelarut unsur hara lainnya. Namun tidak dapat dipungkiri, tidak setiap daerah atau lahan pertanian memiliki ketersediaan air yang cukup. Hal itu disebabkan oleh curah hujan yang berbeda-beda disetiap daerah atau lahan pertanian, sehingga menyebabkan adanya beberapa daerah dengan ketersediaan air yang tergolong rendah sehingga akan sangat sulit untuk memenuhi kebutuhan air tanaman.

Berkaitan dengan hal tersebut di atas, sistem irigasi dipandang perlu untuk mengatasi masalah lahan pertanian dengan intensitas air yang kurang. (Nuchsin, 2014) mendefinisikan irigasi adalah usaha penyediaan, pengaturan, dan pembuangan air irigasi untuk menunjang pertanian yang jenisnya meliputi irigasi permukaan, irigasi rawa, irigasi air bawah tanah, irigasi pompa dan irigasi tambak. Hal ini juga dalam PP Nomor 20 Tahun 2006 tentang irigasi khususnya pasal 36 yaitu air irigasi ditujukan untuk mendukung produktivitas lahan dalam rangka meningkatkan produksi pertanian yang maksimal, diberikan dalam batas tertentu untuk pemenuhan kebutuhan lainnya. Untuk memperoleh hasil yang optimal, pemberian air harus sesuai dengan jumlah dan waktu yang diperlukan tanaman. Adanya sistem irigasi diharapkan dapat mempertahankan tingkat kadar air yang cukup tinggi dalam tanah

BAB 2 METODE ELEMEN BATAS

A. Definisi Metode Elemen Batas

Metode elemen batas (Boundary Element Method) yang selanjutnya disingkat dengan MEB merupakan metode numerik pelanjut (ditemukan belakangan) dari metode pendahulu yaitu metode beda hingga (MBH) dan metode elemen hingga (MEH). Ketiga metode ini merupakan metode numerik yang digunakan untuk menentukan solusi numerik dari suatu masalah nilai batas yakni suatu masalah penentuan solusi suatu sistem yang diasumsikan memenuhi atau diatur oleh suatu persamaan atau model matematika dalam suatu daerah definisi atau domain tertentu. MEB didasari oleh persamaan integral batas (*boundary integral equation*) dengan mentransformasikan persamaan pembangun yang berupa persamaan differensial menjadi suatu persamaan integral.

Domain dari sistem dalam realitanya berwujud suatu objek, benda, daerah atau lokasi, atau medium. Medium sistem ini dapat dianggap tersusun oleh bahan atau material isotropik atau anisotropik dan homogen atau tak homogen. (Azis, 2012) menjelaskan bahwa karakter keisotropikan dan kehomogenan media difasilitasi dalam menentukan bentuk persamaan pengatur. Media anisotropik atau tak homogen memiliki persamaan pengatur yang berbeda dan merupakan bentuk umum dari persamaan pengatur untuk media isotropik atau homogen. Sehingga mencari solusi masalah nilai batas untuk media anisotropik sekaligus menjadi upaya mencari solusi masalah nilai batas untuk media isotropik. Metode elemen batas

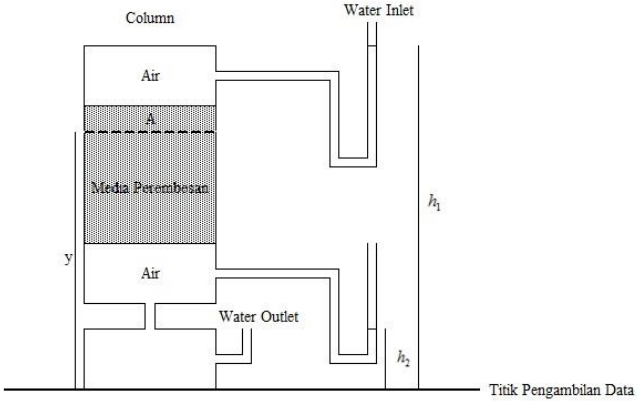
BAB 3

MODEL-MODEL MATEMATIKA MASALAH INFILTRASI

Pada bab ini diberikan penjelasan mengenai model matematika yang sering digunakan dalam studi infiltrasi stasioner. Dimulai dari pembentukan Persamaan Richards dalam bentuk Persamaan differensial parsial nonlinear, kemudian mentransformasikan ke Persamaan differensial parsial linear sampai terbentuknya Persamaan Helmholtz.

A. Persamaan Richards

Pada bab sebelumnya telah diberikan penjelasan mengenai kerangka percobaan Darcy yang menghasilkan suatu persamaan matematika seperti pada Persamaan (2.4) yang saat ini dikenal dengan hukum Darcy (Darcy *Law*). Perhatikan Gambar 3.1 yang menunjukkan aliran air vertikal pada suatu pipa yang melewati suatu media perembesan.



Gambar 3.1. Aliran Air Vertikal, (Solekhudin, 2013)

BAB 4

INFILTRASI STASIONER PADA SALURAN PERIODIK

Pada bab ini diberikan formulasi masalah, syarat batas dan solusi masalah syarat batas dari berbagai saluran-saluran irigasi berbeda dengan menerapkan Metode Elemen Batas *Dual Reciprocity*.

A. Formulasi Masalah

Pada subbab ini akan diberikan formulasi masalah infiltrasi dari berbagai saluran-saluran irigasi yang berbeda pada tanah yang homogen. Adapun saluran-saluran irigasi yang akan dibandingkan satu sama lain (Gambar 4.1) adalah:

1. Saluran *flat*
2. Saluran *semi-circular*
3. Saluran *rectangular*
4. Saluran *trapezoidal*
5. Saluran *rectangular* dengan lapisan impermeabel
6. Saluran *trapezoidal* dengan lapisan impermeabel

Selanjutnya akan ditentukan domain dari masing-masing saluran irigasi di atas. Dalam menentukan domain saluran irigasi, perlu diberikan asumsi-asumsi tertentu yaitu:

1. Panjang penampang masing-masing saluran irigasi adalah sama yaitu $2L$.
2. Jarak antar saluran adalah sama yaitu $2D$, atau jarak antar titik tengah saluran adalah sama yaitu $2(L + D)$.
3. Saluran sangat panjang
4. Saluran selalu dipenuhi air

BAB 5

PENERAPAN METODE ELEMEN BATAS *DUAL RECIPROCITY* PADA SALURAN IRIGASI JALUR

Penerapan MEBDR dilakukan untuk membandingkan solusi-solusi numerik masalah infiltrasi dari saluran-saluran irigasi yang berbeda pada jenis tanah homogen. Jenis tanah yang digunakan adalah jenis tanah *Pima Clay Loam* dengan nilai $\alpha = 0{,}014\ \mathrm{cm}^{-1}$ dan $K_0 = 9{,}9\ \mathrm{cm/hari}$, (Solekhudin, 2013). $\theta_r = 0{,}095\ \mathrm{cm}^{-1}$, $\theta_s = 0{,}41\ \mathrm{cm}^{-1}$, dan $n = 1{,}31\ \mathrm{cm}^{-1}$, (Warrick, 2001). Nilai v_0 adalah 75% dari nilai K_0, (Basha, 1999).

Dalam membandingkan saluran satu sama lain, ukuran dari tiap-tiap saluran *non-flat* dapat dipilih sedemikian sehingga panjang permukaan saluran sama yaitu $L = 50\ \mathrm{cm}$ dan D = 50 cm. Menggunakan nilai L tersebut, maka lebar saluran *non-flat* adalah $200/\pi$ cmdengan kedalaman sebagai berikut:

1. Saluran *semi circular* adalah $100/\pi$ cm
2. Saluran *rectangular* tanpa lapisan impermeabel adalah $(50 - 100/\pi)$ cm
3. Saluran *trapezoidal* tanpa lapisan impermeabel adalah $75/\pi$ cm
4. Saluran *rectangular* dengan lapisan impermeabel adalah 50 cm
5. Saluran *trapezoidal* dengan lapisan impermeabel adalah 49,5625 cm

Selanjutnya MEBDR diimplementasikan dalam Bahasa pemrograman MATLAB.

DAFTAR PUSTAKA

Ang, W. T. (2007). *A Beginner's Course in Boundary Element Methods*. Universal Publisher Boca.

Azis, M. I. (2012). *Metode Elemen Batas untuk Media Anisotropik Homogen*. Briliant International.

Azis, M. I., Clements, D. L., & Lobo, M. (2002). A Boundary Element Method for Steady Infiltration from Periodic Channels. *The ANZIAM Journal*, *44*, C61–C78. https://doi.org/10.21914/anziamj.v44i0.672

Barid, B., Ilhami, T., & Fadli. (2007). Kajian Unit Resapan dengan Lapisan Tanah dan Tanaman dalam menurunkan Limpasan Permukaan. *Jurnal Berkala Ilmiah Teknik Keairan*, *13*(4).

Basha, H. . (1999). Multidimensional Linearized Nonsteady Infiltration with Prescribed Boundary Conditions at the Soil Surface. *Water Resources Research*, *35*(1), 75–83. https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/1998WR900015

Batu, V. (1977). Steady Infiltration from a Ditch: Teory and Experiment. *Soil Science Society of America Journal*, *41*(4), 677–682. https://doi.org/10.2136/sssaj1977.03615995004100040011x

Echols, J. M., & Shadily, H. (1976). *An English-Indonesian Dictionary*. Gramedia.

Hillel, D. (2003). *Introduction to Environmental Soil Physics*. Academic Press, Elsevier.

Katsikadelis, J. . (2002). *Boundary Elements Theory and Applications*. Elsevier Science Ltd.

Lobo, M. (2008). *Boundary Element Methods for A Class of Infiltraton Problems*.

Nastain. (2008). Jarak Parit Irigasi Jalur untuk Tanaman Palawija Daerah Irigasi Banjarcahyana Banjarnegara. *Jurnal Ilmiah*

Dinamika Rekayasa, *4*(1), 16–21. https://doi.org/10.20884/1.dr.2008.4.1.129

Nuchsin, P. (2014). *Pedoman Teknis Pengembangan Jaringan Irigasi*. Direktorat Jenderal Sarana dan Prasarana Pertanian, Kementrian Pertanian.

Rosyidah, E., & Wirosoedarmo, R. (2013). Pengaruh Sifat Fisik Tanah pada Konduktivitas Hidrolik Jenuh di 5 Penggunaan Lahan (Studi Kasus di Kelurahan Sumbersari Malang). *Jurnal AgriTECH*, *33*(3), 340–345. https://doi.org/10.22146/agritech.9557

Solekhudin, I. (2013). *Dual Reciprocity Boundary Element Methods for Water Infifiltration Problems in Irrigation*. PhD Tesis, National Institute of Education, Nanyang Technological University.

Sosrodarsono. (1993). *Hidrologi untuk Pengairan*. Pradnya Paramita.

Viessman. (1977). *Introduction to Hydrology*. Harper and Row Inc.

Warrick, A. W. (2001). *Soil Physics Companion* (1st ed.). CRC Press.

TENTANG PENULIS

Jahring, S.Pd., M.Sc. Lahir di Tanggetada (salah satu kecamatan tertua yang ada di Kab. Kolaka Sulawesi Tenggara) pada tanggal 28 Mei 1989. Anak ketiga dari lima bersaudara dari pasangan M. Jiring dan Rosmina. Saat ini berdomisili di Kelurahan Balandete Kecamatan Kolaka Kabupaten Kolaka Sulawesi Tenggara. Telah menyelesaikan studi strata-1 (S-1) di Program Sudi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas 19 November Kolaka (2007-2011). Lulus Strata-2 (S-2) di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Gadjah Mada Yogyakarta (2013-2015). Karirnya dimulai sebagai guru tidak tetap (GTT) di SMP Negeri 1 Tanggetada (2011-2012). Dosen tetap non PNS di Universitas Sembilanbelas November Kolaka (2011-2018). Dosen tetap PNS di Universitas Sembilanbelas November Kolaka (2018-Sekarang). Penulis diberi tanggungjawab dalam mengemban tugas sebagai Dosen pada bahan kajian matematika terapan dan Pendidikan Matematika. Saat ini penulis aktif dalam melakukan penelitian dan pengabdian kepada masyarakat serta penulisan buku.