

Dr. Hasan Basri, M.Pd



# Berpikir dan Bernalar **MATEMATIS**

$$x'^2 - (ct')^2 = (-x)^2$$

$x \cosh \zeta$

$ct \cosh \zeta$

$-\zeta$

$-ct \sinh \zeta$

$-x \sinh \zeta$

$x \cosh \zeta$

$ct \cosh \zeta$

$-\zeta$

## Tentang Penulis



**Dr. Hasan Basri, M.Pd** lahir 14 Agustus 1985 di Pamekasan Jawa Timur. Beliau menyelesaikan S1 di Universitas Negeri Malang pada tahun 2009 dengan IPK 3,55 (Cumlaude). Selanjutnya selama tiga tahun dari tahun 2009-2012 beliau pernah menjadi guru di Kabupaten Teluk Bintuni Papua Barat. Pada tahun 2012 beliau melanjutkan studi S2 di Universitas Negeri Surabaya (UNESA) dan menyelesaikan studi S2 pada tahun 2014 dengan IPK 3,56 (Dengan Pujian). Selanjutnya pada tahun 2016 beliau berkesempatan untuk melanjutkan studi S3 melalui program Beasiswa Unggulan Dosen Indonesia-Dalam Negeri (BUDI-DN) dan mampu menyelesaikan studi S3 pada tahun 2020 dengan IPK 3,93 (Cumlaude). Selama studi beliau telah menghasilkan beberapa karya berupa artikel ilmiah baik yang terindeks Sinta maupun terindeks Scopus, selain itu beliau juga menghasilkan beberapa buku yaitu Mengembangkan HOTS Melalui Matematika dan Ragam Soal Matematis untuk Mengembangkan Disposisi Berpikir Kritis. Setelah S3 pada tahun 2021 beliau menerbitkan buku ajar berjudul "Teori Bilangan" dan berhasil lulus menjadi asesor BAN S/M Provinsi Jawa Timur. Beliau juga aktif mengikuti program kemdikbudristek seperti program bantuan implementasi kurikulum MBKM, program MBK, PJJ dan peningkatan kompetensi dosen melalui kemitraan dengan sekolah. Selain itu penulis juga aktif dalam kegiatan MBKM dengan berpartisipasi menjadi DPL Kampus Mengajar angkatan 2 dan 3 serta menjadi PIC pada program Magang Studi Independen Bersertifikat (MSIB) serta lulus dalam program riset keilmuan pada skema riset mandiri dosen. Pada tahun 2022 beliau aktif dalam berbagai kegiatan di kementerian agama RI dengan menjadi Instruktur Nasional AKMI dan Tim Inti Kabupaten (TIK).



☎ 0858 5343 1992  
✉ eurekaediaaksara@gmail.com  
📍 Jl. Banjaran RT.20 RW.10  
Bojongsari - Purbalingga 53362



# **BERPIKIR DAN BERNALAR MATEMATIS**

**Dr. Hasan Basri, M.Pd**



**eureka**  
**media aksara**

**PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA**

## **BERPIKIR DAN BERNALAR MATEMATIS**

**Penulis** : Dr. Hasan Basri, M.Pd

**Desain Sampul** : Eri Setiawan

**Tata Letak** : Siwi Rimayani Oktora

**ISBN** : 978-623-487-504-1

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, DESEMBER 2022**  
**ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH**  
**NO. 225/JTE/2021**

**Redaksi:**

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari  
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992

Surel : eurekaediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2022

**All right reserved**

Hak Cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur Alhamdulillah penulis haturkan ke hadirat ALLAH SWT yang telah memberikan taufik, hidayah, dan inayahNYA sehingga penulis berhasil menuliskan Buku Berpikir dan Bernalar Matematis ini. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah untuk junjungan kita Nabi besar Muhammad SAW yang telah menyampaikan ajaran tentang pentingnya memiliki ilmu bermanfaat yang menjadi pemicu terbitnya tulisan ini.

Buku ini sengaja ditulis dengan sasaran para mahasiswa dan guru matematika yang berisi definisi dari jenis-jenis berpikir dan penalaran disertai dengan pola pikir tersebut dalam matematika dan latihan soal untuk mengukur kemampuan mahasiswa. Saat ini pembelajaran matematika tidak difokuskan pada bagaimana kecepatan siswa dalam menjawab maupun kemampuan siswa dalam menghitung, hal yang lebih penting adalah bagaimana siswa kedepannya dibekali dengan pola pikir dan penalaran matematis. Melalui pola pikir dan penalaran matematis tersebut, siswa diharapkan mampu bersaing dan hal tersebut dapat menjadi bekal bagi siswa dalam menghadapi perubahan dunia yang tidak dinamis. Semoga melalui buku ini dapat mencapai maksud tersebut.

Namun demikian, tentu tidak ada gading yang tak retak. Karena itu, kritik, saran dan komentar membangun sangat diharapkan demi perbaikan penulisan di edisi berikutnya. Akhirnya, semoga buku ini mampu memberikan pencerahan kepada para mahasiswa dan guru tentang konsep berpikir dan bernalar dalam matematika. Semoga pula, ilmu yang penulis sharingkan melalui buku ini diterima oleh ALLAH sebagai ilmu yang bermanfaat (ilmun yun tafaa u bih) yang mengalir terus pahalanya sampai kiamat.

Pamekasan, November 2022

Hasan Basri

## DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>iii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>iv</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>v</b>
<b>BAB 1 BERPIKIR DAN BERNALAR.....</b>	<b>1</b>
A. Pengertian Berpikir.....	1
B. Berpikir Matematis .....	3
C. Penalaran.....	5
D. Latihan Soal .....	7
<b>BAB 2 BERPIKIR INDUKTIF.....</b>	<b>8</b>
A. Pengertian Berpikir Induktif .....	8
B. Berpikir Induktif dalam Matematika .....	10
C. Latihan Soal .....	12
<b>BAB 3 BERPIKIR DEDUKTIF.....</b>	<b>13</b>
A. Pengertian Berpikir Deduktif .....	13
B. Berpikir Deduktif dalam Matematika .....	14
C. Latihan Soal .....	17
<b>BAB 4 BERPIKIR ANALOGI .....</b>	<b>19</b>
A. Pengertian Berpikir Analogi.....	19
B. Berpikir Analogi dalam Matematika.....	22
C. Latihan Soal .....	25
<b>BAB 5 BERPIKIR KRITIS .....</b>	<b>27</b>
A. Pengertian Berpikir Kritis .....	27
B. Komponen Berpikir Kritis .....	29
C. Berpikir Kritis dalam Matematika .....	34
D. Pengertian Disposisi Berpikir Kritis dan Indikatornya ..	40
E. Disposisi Berpikir Kritis dalam Matematika .....	42
F. Latihan Soal .....	47
<b>BAB 6 BERPIKIR KREATIF .....</b>	<b>48</b>
A. Pengertian Berpikir Kreatif.....	48
B. Komponen Berpikir Kreatif .....	50
C. Berpikir Kreatif dalam Matematika.....	51
D. Latihan Soal .....	56
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>58</b>
<b>TENTANG PENULIS.....</b>	<b>61</b>

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 3.1.</b> Contoh Pembuktian Secara Induktif .....	15
<b>Tabel 3.2.</b> Contoh Pembuktian Secara Deduktif.....	16



# **BERPIKIR DAN BERNALAR MATEMATIS**

**Dr. Hasan Basri, M.Pd**



# BAB 1 | BERPIKIR DAN BERNALAR

## CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi berpikir dan bernalar matematis.
2. Mahasiswa dapat memberikan contoh berpikir dan bernalar dalam matematika

### A. Pengertian Berpikir

Berpikir berasal dari kata "pikir" dalam kamus besar Bahasa Indonesia adalah akal budi, ingatan, angan-angan. Berpikir diartikan sebagai aktifitas psikis yang intensional, dan terjadi apabila seseorang menjumpai problema yang harus dipecahkan (Thahir, 2014). Artinya, setiap manusia yang menggunakan akal budinya akan menimbulkan kegiatan yang disebut berpikir, baik pertimbangan maupun keputusan yang diambil.

Berpikir adalah proses dinamis, dimana individu bertindak aktif dalam menghadapi hal-hal yang bersifat abstrak. Pada proses berpikir individu membuat hubungan antara obyek yang menjadi pokok permasalahan dengan bagian-bagian pengetahuan yang sudah dimilikinya. Bagian dari pengetahuan adalah segala sesuatu yang sudah diperolehnya dalam wujud pengertian-pengertian.

# BAB 2

# BERPIKIR INDUKTIF

## CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi berpikir induktif
2. Mahasiswa dapat membuat contoh berpikir induktif dalam matematika
3. Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah yang melibatkan pola pikir induktif

### A. Pengertian Berpikir Induktif

Berpikir merupakan sebuah proses yang membuahkan pengetahuan. Proses ini merupakan serangkaian gerak pemikiran dengan mengikuti jalan pemikiran tertentu agar sampai pada sebuah kesimpulan yaitu berupa pengetahuan (Sari, 2016). Oleh karena itu, proses berpikir memerlukan sarana tertentu yang disebut dengan sarana berpikir ilmiah. Sarana berpikir ilmiah merupakan alat yang membantu kegiatan ilmiah dalam berbagai langkah yang harus ditempuh. Pada langkah tertentu biasanya diperlukan sarana tertentu pula. Tanpa penguasaan sarana berpikir ilmiah kita tidak akan dapat melaksanakan kegiatan berpikir ilmiah yang baik. Untuk dapat melakukan kegiatan berpikir ilmiah dengan baik diperlukan sarana berpikir ilmiah berupa : bahasa ilmiah, logika dan matematika, serta logika dan statistika.

# BAB 3

# BERPIKIR DEDUKTIF

## CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi berpikir deduktif
2. Mahasiswa dapat membuat contoh berpikir deduktif dalam matematika
3. Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah yang melibatkan pola pikir deduktif

### A. Pengertian Berpikir Deduktif

Berpikir deduktif adalah cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika (Shadiq, 2007). Secara deduktif matematika menemukan pengetahuan yang baru berdasarkan premis-premis tertentu. Pengetahuan yang ditemukan ini sebenarnya hanyalah konsekuensi dari pernyataan- pernyataan ilmiah yang telah kita temukan sebelumnya. Matematika dikenal dengan ilmu deduktif. Ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif. Matematika tidak menerima generalisasi berdasarkan pengamatan (induktif), tetapi harus berdasarkan pembuktian deduktif. Meskipun demikian untuk membantu pemikiran pada tahap-tahap permulaan seringkali kita memerlukan bantuan contoh-contoh khusus atau ilustrasi geometris.

# BAB

# 4

# BERPIKIR ANALOGI

## CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi berpikir analogi
2. Mahasiswa dapat membuat contoh berpikir analogi dalam matematika
3. Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah yang melibatkan pola pikir analogi

### A. Pengertian Berpikir Analogi

Salah satu metode untuk bernalar adalah menggunakan analogi, karena analogi dapat dimanfaatkan sebagai dasar penalaran. Menurut Soekadjo (2001) analogi adalah berbicara tentang dua hal yang berlainan dibandingkan dan dalam membandingkan hanya melihat persamaannya saja, tanpa melihat perbedaannya. Berdasarkan pernyataan di atas, dapat disimpulkan bahwa dalam analogi hal utama yang harus diperhatikan adalah kesamaan antara kedua permasalahan, bukan perbedaannya. Dengan memperhatikan kesamaan dari dua masalah, siswa akan lebih mudah dalam menyelesaikan masalah matematika, sehingga analogi sangat diperlukan dalam penyelesaian masalah matematika. Berpikir analogi yaitu proses berpikir yang mengaitkan dua permasalahan antara pengetahuan yang sudah dimiliki dengan masalah yang dihadapi. Hal ini sesuai dengan pendapat Purwanto (2001) yang

# BAB 5

# BERPIKIR KRITIS

## CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi berpikir kritis
2. Mahasiswa mampu memahami komponen dalam kemampuan berpikir kritis
3. Mahasiswa dapat membuat contoh kemampuan berpikir kritis dalam matematika
4. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi disposisi berpikir kritis
5. Mahasiswa mampu memahami komponen dalam disposisi berpikir kritis
6. Mahasiswa dapat membuat contoh disposisi berpikir kritis dalam matematika
7. Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah yang melibatkan pemikiran kritis

### A. Pengertian Berpikir Kritis

Para pakar pendidikan tidak memiliki definisi yang tunggal tentang berpikir kritis. Perbedaan ini terjadi karena adanya pendekatan yang berbeda dalam mendefinisikan berfikir kritis, yaitu pendekatan filosofis, pendekatan psikologis dan pendekatan pendidikan. Lai (2011) sempat mengumpulkan beberapa definisi dari berpikir kritis. Dia berhasil

# BAB 6

# BERPIKIR KREATIF

## CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi berpikir kreatif
2. Mahasiswa mampu memahami komponen berpikir kreatif
3. Mahasiswa dapat membuat contoh berpikir kreatif dalam matematika
4. Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah yang melibatkan pemikiran kreatif

### A. Pengertian Berpikir Kreatif

Berpikir kreatif adalah upaya untuk menghubungkan benda-benda atau gagasan-gagasan yang sebelumnya tidak berhubungan. Berpikir kreatif menggunakan benda-benda atau gagasan-gagasan yang sudah nyata ada dan di dalam pikiran kitalah sesungguhnya proses nyata itu berlangsung. Proses ini tidak harus selalu menciptakan suatu konsep-konsep baru, walaupun hasil akhirnya mungkin akan tampak sebagai sesuatu yang baru hasil dari penggabungan dua atau lebih dari konsep-konsep yang sudah ada. Salah satu aspek lain dari berpikir kreatif ini adalah bermimpi. Kegiatan bermimpi ini, dipercaya sebagai salah satu kebutuhan penting di dalam cara kerja otak, dan pada kenyataannya memang hanya sedikit sekali orang-orang yang diketahui tidak pernah bermimpi. Mengulangi

## DAFTAR PUSTAKA

- As'ari, A.R. 2016. *Berpikir Kritis* (As'ari.A.R. & E. B. Irawan (eds.); 1st ed.). CV. Bintang Sejahtera.
- As'ari, A. ., Kurniati, D., Maharani, S., & Basri, H. 2019. *Ragam Soal Matematis untuk Mengembangkan Disposisi Berpikir Kritis*. Malang: UM Press
- Basri, H., Purwanto, As'ari, A. R., & Sisworo. 2019. Investigating critical thinking skill of junior high school in solving mathematical problem. *International Journal of Instruction*, 12(3), 745-758. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.12345>
- Dewanto, S. 2004. *Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Induktif-Deduktif*. Tesis PPS UPI Bandung: tidak diterbitkan
- Emir, S. 2013. Contributions of teachers' thinking styles to critical thinking dispositions. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(1), 337-347. <http://ezp.lib.ttu.edu/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=85466205>
- Ennis, R.H. 1991. *Critical Thinking*. In *Teaching Philosophy*.
- Facione, P. A. 1990. *Critical Thinking : A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction Executive Summary " The Delphi Report*. The California Academic Press, 423(c), 1-19. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2009.07.002>
- Facione, P.A, & Facione, N. 1992. *The California Critical Thinking Disposition Inventory (CCTDI)*. California Academic Press
- Hudojo, H. 2005. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang :UM Press.
- Katagiri, S. 2004. *Mathematical Thinking and How To Teach It*. Tokyo : Meijitosyo Publishers (CRICED, University of Tsukuba).
- Lai, E. R. 2011. *Critical Thinking: A Literature Review Research Report*. June. <http://www.pearsonassessments.com/research>.

- Leron, U. 2004. *Mathematical Thinking & Human Nature: Proceeding of the 28th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics`Education*, 3, 217- 224.
- Martin, H. 2009. *Convergent and Divergent Thinking*. [Online] Tersedia: <http://www.eruptingmind.com/convergent-divergent-creative-thinking/>
- McGregor, D. (2007). *Developing Thinking Developing Learning*. Poland: Open University Press
- Mundiri. 2000. *Logika*. Jakarta: Raja Grafindo Persada
- Saadati, F., Tarmizi, R., & Bayat, S. 2010. *Assesing Critical Thinking of Postgraduate Students*. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 543-548
- Sabri. 2012. *Berpikir Matematis untuk Pemahaman pada Tingkat Kesadaran*.  
<http://digilib.unm.ac.id/files/disk1/5/universita%2520negeri%2520makassar-digilib-unm-sabri-241-1-berpikir-n.pdf>. [diakses tanggal 16 Mei 2020].
- Sari, D.P. 2016. Berpikir Matematis dengan Metode Induktif, Deduktif, Analogi, Integratif dan Abstrak. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, Vol 5 No 1, pp 79-89
- Shadiq, F. (2007), Penalaran atau Reasoning. Mengapa Perlu Dipelajari Para Siswa di Sekolah?.<http://fadjarp3g.files.wordpress.com/2007/09/ok-penalaran-gerbang.pdf>
- Siswono, Tatag Yuli Eko, 2009. *Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa*, <http://suaraguru.wordpress.com/2009/02/23/meningkatkan-kemampuan-berpikirkreatif-siswa>. Diakses tanggal 28 Januari 2021.
- Sobur, K. 2015. Logika Dan Penalaran Dalam Perspektif Ilmu Pengetahuan. *Tajdid*, Vol XIV, No 2, pp 387-414.
- Soekadijo, R.G. 2001. *Logika Dasar*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama

- Sumarmo, U. 2010. *Berpikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan pada Peserta Didik* (online).[https://www.academia.edu/10346582/BERFIKIR\\_DAN\\_DISPOSISI\\_MATEMATIK\\_APA\\_MENGAPA\\_DAN\\_BAGAIMANA\\_DIKEMBANGKAN\\_PADA\\_PESERTA\\_DIDIK](https://www.academia.edu/10346582/BERFIKIR_DAN_DISPOSISI_MATEMATIK_APA_MENGAPA_DAN_BAGAIMANA_DIKEMBANGKAN_PADA_PESERTA_DIDIK)
- Thahir, A. 2014. *Psikologi Belajar*. Lampung : Eureka.
- Thompson, T. 2008. Mathematics Teachers' Interpretation of Higher-Order Thinking In Bloom's Taxonomy. *International Electronic Journal of EDU-MAT Jurnal Pendidikan Matematika*, Volume 4, Nomor 2, Oktober 2016, hlm 118 - 125 3 Mathematics Education. 3, (2), pp 96-109.
- Wahyuningtyas, R. 2017. *Proses Berpikir Analogi Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*.  
<http://repository.unmuhjember.ac.id>
- Wijaya, Ariyadi. 2012. *Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

## TENTANG PENULIS

### **Dr. Hasan Basri, M.Pd**



Pada tahun 2009 beliau menyelesaikan S1 di Universitas Negeri Malang dengan IPK 3,55 (Cumlaude). Selanjutnya selama tiga tahun dari tahun 2009-2012 beliau pernah menjadi guru di Kabupaten Teluk Bintuni Papua Barat. Pada tahun 2012 beliau melanjutkan studi S2 di Universitas Negeri Surabaya (UNESA) dan menyelesaikan studi S2 pada tahun 2014 dengan IPK 3,56 (Dengan Pujian). Selanjutnya pada tahun 2016 beliau berkesempatan untuk melanjutkan studi S3 melalui program Beasiswa Unggulan Dosen Indonesia Dalam Negeri (BUDI-DN) dan mampu menyelesaikan studi S3 pada tahun 2020 dengan IPK 3,93 (Cumlaude). Selama studi beliau telah menghasilkan beberapa karya berupa artikel ilmiah baik yang terindeks Sinta maupun terindeks Scopus, selain itu beliau juga menghasilkan beberapa buku yaitu Mengembangkan HOTS Melalui Matematika dan Ragam Soal Matematis untuk Mengembangkan Disposisi Berpikir Kritis. Setelah S3 pada tahun 2021 beliau menerbitkan buku ajar berjudul "Teori Bilangan" dan berhasil lulus menjadi asesor BANS/M Provinsi Jawa Timur. Beliau juga mengikuti program kemdikbudristek seperti program bantuan implementasi kurikulum MBKM, program MBK, PJJ dan peningkatan kompetensi dosen melalui kemitraan dengan sekolah. Selain itu penulis juga aktif dalam kegiatan MBKM dengan berpartisipasi menjadi DPL Kampus Mengajar angkatan 2 dan 3 serta menjadi PIC pada program Magang Studi Independen Bersertifikat (MSIB) serta lulus dalam program riset keilmuan pada skema riset mandiri dosen. Pada tahun 2022 beliau aktif dalam berbagai kegiatan di kementerian agama RI dengan menjadi Instruktur Nasional AKMI dan Tim Inti Kabupaten (TIK).