

# **METODE NUMERIK**

Jesi Pebralia, S.Pd., M.Si.

# METODE NUMERIK



Metode Numerik merupakan suatu cara untuk menyelesaikan persoalan-persoalan dunia nyata menggunakan formulasi hitungan yang sederhana (kali, bagi, tambah, kurang).

Buku ini memuat lima pokok bahasan penting yang meliputi persamaan differensial, integral numerik, persamaan non linier, interpolasi, dan regresi.

Proses pembangunan model matematis pada setiap bab diuraikan secara terperinci dan disertai dengan contoh-contoh soal dengan pembahasan lengkap, sehingga diharapkan dapat membantu mahasiswa dalam mempelajari metode numerik secara lebih mudah.



eureka  
media aksara

Anggota IKAPI  
No. 225/UTE/2021

☎ 0858 5343 1992  
✉ eurekamediaaksara@gmail.com  
📍 Jl. Banjaran RT.20 RW.10  
Bojongsari - Purbalingga 53362

ISBN 978-623-487-558-4



# METODE NUMERIK

Jesi Pebralia, S.Pd., M.Si.



**PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA**

## METODE NUMERIK

**Penulis** : Jesi Pebralia, S.Pd., M.Si.

**Desain Sampul:** Eri Setiawan

**Tata Letak** : Siwi Rimayani Oktora

**ISBN** : 978-623-487-558-4

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA,**  
**DESEMBER 2022**  
**ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH**  
**NO. 225/JTE/2021**

**Redaksi:**

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan  
Bojongsari Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992

Surel : eurekamediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2022

**All right reserved**

Hak Cipta dilindungi undang-undang  
Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau  
seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara  
apapun, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan  
teknik perekaman lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT yang telah menjadikan alam semesta begitu megahnya sehingga makhluk hidup bisa bernaung di dalamnya. Sholawat beserta salam senantiasa kami sampaikan kepada Nabi Muhammad SAW yang menjadi pembawa cahaya Islam bagi umat manusia.

Banyak sekali permasalahan-permasalahan yang ada di dunia nyata dapat dicari solusinya melalui proses pemodelan dengan melibatkan hukum-hukum fisika dan formulasi matematika. Melalui model yang dibangun, selain dapat memperoleh solusi, kita juga dapat melakukan prediksi. Akan tetapi, ketika kita sudah dapat membuat model dari suatu permasalahan, tidak jarang kita kesulitan untuk menyelesaikan formalisme persamaan yang digunakan. Oleh sebab itu muncul suatu cara atau metode yang dapat menyelesaikan permasalahan dengan lebih mudah yang hanya melibatkan proses perhitungan sederhana (kali, bagi, tambah, kurang). Metode tersebut dikenal sebagai Metode Numerik.

Buku ini terdiri dari lima bab. Bab 1 berisi materi metode numerik persamaan differensial, bab 2 berisi materi integral numerik, bab 3 berisi materi metode numerik untuk persamaan non linier, bab 4 berisi materi interpolasi, dan bab 5 berisi materi persamaan regresi.

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada orang tua, suami dan anak-anak serta keluarga besar yang telah memberikan support sehingga penulis dapat menyelesaikan buku ini dengan baik. Semoga isi dari buku ini dapat memberikan manfaat yang banyak dan semoga Allah SWT melimpahkan keberkahan yang besar bagi penulis, keluarga, dan para pembaca.

Jambi, Desember 2022

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>iii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>v</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>vii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>viii</b>
<b>BAB 1 PERSAMAAN DIFFERENSIAL</b> .....	<b>1</b>
A. Tujuan Pembelajaran .....	2
B. Definisi Umum Differensial .....	2
C. Metode Langsung .....	3
D. Beberapa Metode Lain untuk Mencari Turunan Suatu Fungsi Jika Diketahui Titik-Titik Data Diskrit.....	11
E. Kesimpulan.....	12
F. Soal-Soal Evaluasi .....	13
<b>BAB 2 INTEGRAL NUMERIK</b> .....	<b>15</b>
A. Tujuan Pembelajaran .....	16
B. Definisi Integral.....	16
C. Integral Riemann.....	17
D. Metode Trapezoid .....	23
E. Metode Trapezoid dengan n segmen trapesium ...	28
F. Metode Simpson 1/3.....	40
G. Metode Simpson untuk n segmen .....	47
H. Kesimpulan.....	52
I. Soal-Soal Evaluasi .....	53
<b>BAB 3 SISTEM PERSAMAAN NON-LINIER</b> .....	<b>55</b>
A. Tujuan Pembelajaran .....	56
B. Definisi Persamaan Non Linier .....	56
C. Solusi Analitik Sistem Persamaan Kuadrat.....	57
D. Metode Bagi Dua ( <i>Bisection Methods</i> ).....	59
E. Metode Posisi Palsu ( <i>False Position Method</i> ) .....	70
F. Metode Newton-Raphson .....	78
G. Metode Secant .....	85

H. Kesimpulan.....	90
I. Soal-Soal Evaluasi .....	91
<b>BAB 4 INTERPOLASI.....</b>	<b>93</b>
A. Tujuan Pembelajaran .....	94
B. Definisi Umum Interpolasi.....	94
C. Interpolasi Metode Langsung .....	95
D. Interpolasi Beda Terbagi Newton.....	110
E. Interpolasi Lagrange.....	122
F. Kesimpulan.....	133
G. Soal-Soal Evaluasi .....	135
<b>BAB 5 REGRESI.....</b>	<b>137</b>
A. Tujuan Pembelajaran .....	138
B. Definisi Regresi .....	138
C. Regresi Linier .....	139
D. Regresi Non Linier .....	149
E. Transformasi Model Regresi Nonlinier ke Regresi Linier.....	155
F. Kesimpulan.....	157
G. Soal-Soal Evaluasi .....	158
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>162</b>
<b>TENTANG PENULIS.....</b>	<b>163</b>



## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 1.1.</b>	Perbandingan nilai mutlak dari <i>error</i> relative dari pendekatan beda maju, beda mundur, dan beda tengah.....	11
<b>Tabel 2.1.</b>	Nilai integral Rieman untuk $I = \int_0^3 x dx$ dengan variasi jumlah segmen .....	23
<b>Tabel 2.2.</b>	Nilai integral Rieman untuk $I = \int_1^6 (12x^3 - 9x^2 + 2) dx$ dengan 5 variasi jumlah segmen.....	34
<b>Tabel 2.3.</b>	Nilai integral Rieman $\int_0^{\pi/2} (7 \sin t - 2 \cos t) dt$ dengan 5 variasi jumlah segmen.....	38
<b>Tabel 3.1.</b>	Hasil perhitungan akar persamaan dari fungsi $f(x) = x^3 - 4x - 9$ dengan metode bagi dua ...	65
<b>Tabel 3.2.</b>	Hasil perhitungan akar persamaan dari fungsi $f(x) = x^3 - 4x - 9$ dengan metode posisi palsu hingga iterasi ke-5.....	75
<b>Tabel 3.3.</b>	Hasil perhitungan akar persamaan dari fungsi $f(x) = x^3 - 4x - 9$ dengan metode Newton-Raphson hingga iterasi ke-3. ....	82
<b>Tabel 3.4.</b>	Hasil perhitungan akar persamaan dari fungsi $f(x) = x^3 - 4x - 9$ dengan metode Secant hingga iterasi ke-4. ....	88
<b>Tabel 5.1.</b>	Nilai residu untuk masing-masing pasangan titik data dengan model persamaan regresi $y = 4x - 4$ .....	141
<b>Tabel 5.2.</b>	Nilai residu untuk masing-masing pasangan titik data dengan model persamaan regresi $y = 6$ .....	142
<b>Tabel 5.3.</b>	Klasifikasi koefisien korelasi .....	145

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 1.1.</b>	Grafik representasi turunan pertama $f'(x)$ melalui pendekatan beda maju .....	4
<b>Gambar 1.2.</b>	Grafik representasi turunan pertama $f'(x)$ melalui pendekatan beda mundur.....	6
<b>Gambar 1.3.</b>	Grafik representasi turunan pertama $f'(x)$ melalui pendekatan beda tengah .....	9
<b>Gambar 2.1.</b>	Ilustrasi integral dari fungsi $f(x)$ pada interval $[a, b]$ .....	17
<b>Gambar 2.2.</b>	Integral Riemann untuk $I = \int_0^3 x dx$ dengan $n = 4$ .....	20
<b>Gambar 2.3.</b>	Integral Riemann untuk $I = \int_0^3 x dx$ dengan $n = 10$ .....	21
<b>Gambar 2.4.</b>	Integral Riemann untuk $I = \int_0^3 x dx$ dengan $n = 100$ .....	22
<b>Gambar 2.5.</b>	Integral Riemann untuk $I = \int_0^3 x dx$ dengan $n = 200$ .....	22
<b>Gambar 2.6.</b>	Ilustrasi integral trapezoid dari fungsi $f(x)$ pada interval $[a, b]$ .....	24
<b>Gambar 2.7.</b>	Integral trapezoid untuk $I = \int_1^6 (12x^3 - 9x^2 + 2) dx$ dengan $n = 2$ .....	32
<b>Gambar 2.8.</b>	Integral trapezoid untuk $I = \int_1^6 (12x^3 - 9x^2 + 2) dx$ dengan $n = 4$ .....	32
<b>Gambar 2.9.</b>	Integral trapezoid untuk $I = \int_1^6 (12x^3 - 9x^2 + 2) dx$ dengan $n = 6$ .....	33
<b>Gambar 2.10.</b>	Integral trapezoid untuk $I = \int_1^6 (12x^3 - 9x^2 + 2) dx$ dengan $n = 8$ .....	33
<b>Gambar 2.11.</b>	Integral trapezoid untuk $I = \int_1^6 (12x^3 - 9x^2 + 2) dx$ dengan $n = 10$ .....	34

<b>Gambar 2.12.</b> Integral trapezoid untuk $\int_0^{\pi/2} (7 \sin t - 2 \cos t) dt$ dengan $n = 2$ .....	37
<b>Gambar 2.13.</b> Integral trapezoid untuk $\int_0^{\pi/2} (7 \sin t - 2 \cos t) dt$ dengan $n = 3$ .....	38
<b>Gambar 2.14.</b> Integral trapezoid untuk $\int_0^{\pi/2} (7 \sin t - 2 \cos t) dt$ dengan $n = 4$ .....	39
<b>Gambar 2.15.</b> Integral trapezoid untuk $\int_0^{\pi/2} (7 \sin t - 2 \cos t) dt$ dengan $n = 5$ .....	39
<b>Gambar 2.16.</b> Integral trapezoid untuk $\int_0^{\pi/2} (7 \sin t - 2 \cos t) dt$ dengan $n = 6$ .....	40
<b>Gambar 2.17.</b> Ilustrasi integral Simpson 1/3 dari fungsi $f(x)$ pada interval $[a, b]$ .....	41
<b>Gambar 3.1.</b> Grafik perpotongan fungsi $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ dengan sumbu-x.....	58
<b>Gambar 3.2.</b> Pada fungsi $f(x_a)$ dan $f(x_b)$ yang berbeda tanda dapat mengandung setidaknya satu akar.....	59
<b>Gambar 3.3.</b> Pada fungsi $f(x_a)$ dan $f(x_b)$ yang berbeda tanda dapat mengandung lebih dari satu akar.....	60
<b>Gambar 3.4.</b> Pada fungsi $f(x_a)$ dan $f(x_b)$ yang mempunyai tanda sama dapat mengandung lebih dari satu akar.....	60
<b>Gambar 3.5.</b> Pada fungsi $f(x_a)$ dan $f(x_b)$ yang mempunyai tanda sama tidak mengandung akar persamaan, (a) fungsi $f(x_a)$ dan $f(x_b)$ sama bernilai positif, (b) fungsi $f(x_a)$ dan $f(x_b)$ sama-sama bernilai negatif.....	61
<b>Gambar 3.6.</b> Grafik perpotongan fungsi $f(x) = x^3 - 4x - 9$ dengan sumbu-x dengan metode bagi dua.....	68

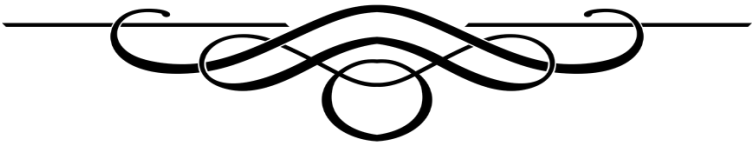
<b>Gambar 3.7.</b>	Akar persamaan fungsi $f(x) = \sin x + \cos x^2$ .....	69
<b>Gambar 3.8.</b>	Grafik perpotongan fungsi $f(x) = x^3 - 4x - 9$ dengan sumbu-x dengan metode posisi palsu .....	77
<b>Gambar 3.9.</b>	Akar persamaan fungsi $f(x) = \sin x^3 + \cos x^2$ .....	78
<b>Gambar 3.10.</b>	Grafik perpotongan fungsi $f(x) = x^3 - 4x - 9$ dengan sumbu-x dengan metode Newton- Raphson .....	83
<b>Gambar 3.11.</b>	Akar persamaan fungsi $f(x) = \exp(x^2) + \cos(x)$ .....	84
<b>Gambar 3.12.</b>	Akar persamaan fungsi $f(x) = \sin x^3 + \cos x^2$ .....	90
<b>Gambar 4.1.</b>	Plot titik-titik data dari suatu fungsi $f(x)$ .....	95
<b>Gambar 4.2.</b>	Interpolasi linier untuk dua titik data (15, 152.36) dan (20,171.5) .....	97
<b>Gambar 4.3.</b>	Interpolasi Kuadratik.....	104
<b>Gambar 4.4.</b>	Grafik koefisien Lagrange untuk interpolasi kuadratik.....	125
<b>Gambar 4.5.</b>	Interpolasi kuadratik metode Lagrange.....	125
<b>Gambar 5.1.</b>	Grafik regresi linier dengan persamaan $y = 2,2 + 0,9x$ .....	148



**BAB**

**1**

**PERSAMAAN  
DIFFERENSIAL**



## A. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan mahasiswa dapat:

1. Memahami konsep turunan atau differensial dari suatu fungsi.
2. Menghitung turunan pertama dari suatu fungsi melalui pendekatan beda maju.
3. Menghitung turunan pertama dari suatu fungsi melalui pendekatan beda mundur.
4. Menghitung turunan pertama dari suatu fungsi melalui pendekatan beda tengah.

## B. Definisi Umum Differensial

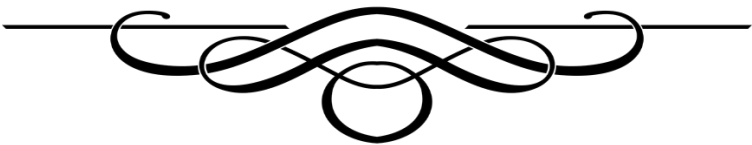
Turunan atau differensial dari suatu fungsi  $f(x)$  menggambarkan seberapa besar perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya. Sebagai contoh, besaran kecepatan didefinisikan sebagai besarnya perubahan posisi terhadap waktu. Dalam hal ini, besaran posisi merupakan variabel bebas dan besaran waktu merupakan variabel terikat. Persamaan differensial adalah persamaan yang di dalamnya terdapat suatu fungsi untuk satu variabel atau lebih, yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri beserta turunannya (Ramin, 2019). Bentuk umum differensial yaitu,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (1.1)$$

Untuk mendapatkan nilai turunan fungsi  $f(x)$  secara numerik, maka  $\Delta x$  harus berhingga, sehingga persamaan (1.1) menjadi,



**BAB** | **INTEGRAL**  
**2** | **NUMERIK**



## A. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan mahasiswa dapat:

1. Memahami konsep integral numerik.
2. Menurunkan persamaan integral numerik berdasarkan metode Riemann.
3. Menurunkan persamaan integral numerik berdasarkan metode trapezoid.
4. Menurunkan persamaan integral numerik berdasarkan metode Simpson 1/3.
5. Menghitung nilai integral suatu fungsi menggunakan metode Riemann.
6. Menghitung nilai integral suatu fungsi menggunakan metode trapezoid.
7. Menghitung nilai integral suatu fungsi menggunakan metode Simpson 1/3.

## B. Definisi Integral

Integrasi merupakan proses untuk menghitung luas daerah di bawah suatu kurva. Integral dari suatu fungsi  $f(x)$  merupakan luas daerah yang berada di bawah kurva  $f(x)$ . Dalam bidang sains, integral sangat penting dan dapat diterapkan untuk pemodelan, prediksi, dan proses pemahaman fenomena-fenomena fisis. Akan tetapi, untuk menemukan solusi eksak dari integral suatu fungsi kadangkala sangatlah sulit. Pada bab ini, akan dijelaskan beberapa metode yang dapat digunakan untuk mencari solusi numerik dari integral suatu fungsi.

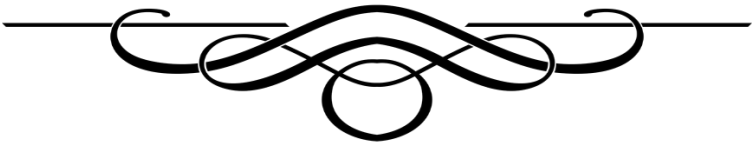




**BAB**

**3**

**SISTEM  
PERSAMAAN  
NON-LINIER**



## A. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan dapat:

1. Menghitung akar persamaan non-linier menggunakan metode bagi dua (*bisection*).
2. Menghitung akar persamaan non-linier menggunakan metode posisi palsu (*false position*)
3. Menghitung akar persamaan non-linier menggunakan metode Newton-Raphson.
4. Menghitung akar persamaan non-linier menggunakan metode Secant.

## B. Definisi Persamaan Non Linier

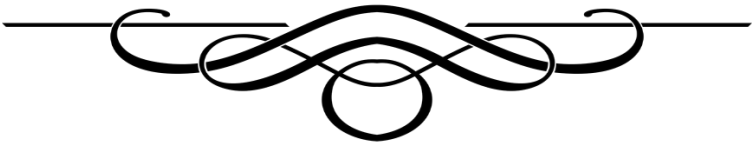
System persamaan dapat dikategorikan sebagai persamaan non-linier jika pada variabel mempunyai pangkat lebih dari satu. Persamaan non-linier dapat dituliskan dalam bentuk persamaan polynomial ataupun dalam bentuk deret Taylor dengan orde lebih dari satu. Penyelesaian persamaan non-linier dalam bentuk sederhana, misalnya persamaan kuadrat dapat diselesaikan secara analitik dengan menggunakan metode pemfaktoran ataupun menggunakan rumus ABC. Akan tetapi, untuk persamaan non-linier yang lebih kompleks penyelesaian secara analitik sulit untuk dilakukan dan bahkan tidak mungkin. Oleh sebab itu, diperlukan pendekatan penyelesaian secara numerik. Pada bab ini akan dibahas empat metode penyelesaian persamaan non-linier secara numerik yaitu metode bagi dua, metode posisi palsu, metode Newton-Raphson, dan metode Secant. Sebelum masuk ke pembahasan metode penyelesaian system persamaan



**BAB**

**4**

**INTERPOLASI**



## A. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab interpolasi diharapkan mahasiswa dapat:

1. Memahami jenis-jenis interpolasi berdasarkan persamaan polynomial yang digunakan, meliputi interpolasi linier, interpolasi kuadratik, dan interpolasi kubik.
2. Menurunkan persamaan interpolasi melalui metode langsung.
3. Menyelesaikan persoalan interpolasi melalui metode langsung.
4. Menurunkan persamaan interpolasi melalui metode beda terbagi Newton.
5. Menyelesaikan persoalan interpolasi melalui metode beda terbagi Newton.
6. Menurunkan persamaan interpolasi melalui metode Lagrange.
7. Menyelesaikan persoalan interpolasi melalui metode Lagrange.

## B. Definisi Umum Interpolasi

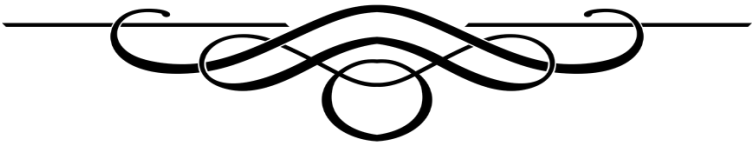
Interpolasi adalah suatu metode yang digunakan untuk mencari nilai suatu variabel terikat (variabel yang berada pada sumbu- $y$ ) diantara titik-titik data  $(x, y)$  yang telah diketahui nilainya (Mastroianni dan Milovanovic, 2008).



**BAB**

**5**

**REGRESI**



## **A. Tujuan Pembelajaran**

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan mahasiswa dapat:

1. Memahami konsep analisis regresi.
2. Membedakan metode analisis regresi linier dan regresi non linier.
3. Menurunkan persamaan regresi linier untuk sejumlah data tertentu.
4. Menurunkan persamaan regresi non linier untuk sejumlah data tertentu.
5. Menghitung nilai koefisien korelasi pada model regresi yang digunakan.
6. Menghitung nilai koefisien determinasi pada model regresi yang digunakan.

## **B. Definisi Regresi**

Regresi merupakan metode analisis data statistik yang dipakai untuk memprediksi hubungan antara sebuah variabel terikat dan variabel bebas. Pada analisis metode regresi, jumlah variabel yang digunakan dapat berjumlah lebih dari satu variabel. Metode ini juga bisa digunakan untuk menilai kekuatan hubungan antara variabel dengan perkiraan masa depan.

Analisis regresi merupakan salah satu metode paling dasar di bidang analisis data. Dengan menggunakan regresi, kita bisa menyesuaikan fungsi pada data yang tersedia dan mencoba memprediksi hasil untuk titik data yang akan datang atau yang tertunda. Terdapat banyak jenis teknik analisis regresi dan penggunaan masing-masing metode tergantung

## DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik (bps,go,id) (diakses pada 25 Juli 2022).
- Bashier, E. B. (2020). *Practical Numerical and Scientific Computing with MATLAB® and Python*. CRC Press.
- Dixit, N. D., & Mathur, P. K. 2021. Comparison of Numerical Accuracy of Bisection, Newton Raphson, Falsi-Position And Secant Methods. *Advances in Mathematics: Scientific Journal* 10, no.12, 3733–37436.
- Esfandiari, R. S. (2017). *Numerical methods for engineers and scientists using MATLAB®*. Crc Press.
- Kythe, P. K., & Schäferkötter, M. R. (2004). *Handbook of computational methods for integration*. Chapman and Hall/CRC.
- Massaron, L., & Boschetti, A. (2016). *Regression analysis with Python*. Packt Publishing Ltd.
- Mastroianni, G., & Milovanovic, G. (2008). *Interpolation processes: Basic theory and applications*. Springer Science & Business Media.
- Moin, P. (2010). *Fundamentals of engineering numerical analysis*. Cambridge University Press.

## TENTANG PENULIS



**Jesi Pebralia, S.Pd., M.Si.**, lahir di Ogan Ilir Provinsi Sumatera Selatan pada tanggal 2 Februari 1992. Ia menyelesaikan pendidikan dasar di SDN Jagalana pada tahun 2004. Kemudian melanjutkan pendidikan menengah di SMPN 2 Tanjung Raja dan selesai pada tahun 2007. Setelah itu, ia melanjutkan pendidikan menengah atas di SMAN 1 Tanjung Raja dan selesai pada tahun 2010. Jenjang Pendidikan tinggi S1 ditempuhnya pada tahun 2010 sampai 2014 di Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP), Universitas Sriwijaya. Kemudian ia melanjutkan Pendidikan S2 pada tahun 2014 sampai 2016 di Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Institut Teknologi Bandung. Bidang minatnya adalah Fisika Teori dan Fisika Komputasi. Pada tahun 2019, ia menjadi tenaga pengajar di Program Studi Fisika, Fakultas Sains dan Teknologi (FST), Universitas Jambi. Selama menjadi dosen, ia aktif melaksanakan kegiatan Tri Dharma Perguruan Tinggi. Dalam bidang pengajaran, sejalan dengan bidang minatnya ia mengampuh mata kuliah yang berhubungan dengan Fisika Teori dan Fisika Komputasi, diantara mata kuliah yang diampuhnya antara lain mata kuliah Metode Numerik, Algoritma dan Pemrograman, Fisika Komputasi, Fisika Matematika, dan Fisika Kuantum. Di bidang penelitian, ia membuat penelitian diantaranya yang berkaitan dengan penyelesaian permasalahan dunia



nyata, misalnya penelitian mitigasi bencana kebakaran hutan dan lahan menggunakan system monitoring jarak jauh berbasis *Internet of Things* (IoT). Kemudian di bidang pengabdian kepada masyarakat, ia mengimplementasikan pengalaman dan pengetahuan diantaranya dalam bentuk workshop peningkatan softskills dan penguasaan perangkat lunak yang mendukung pembuatan karya tulis ilmiah.