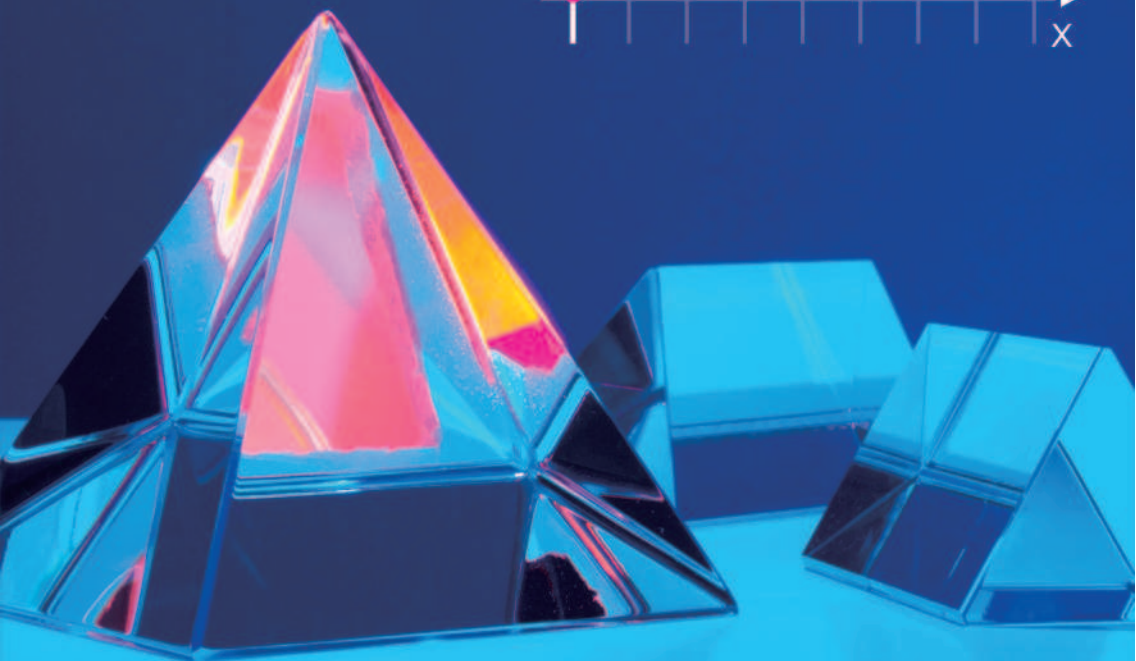
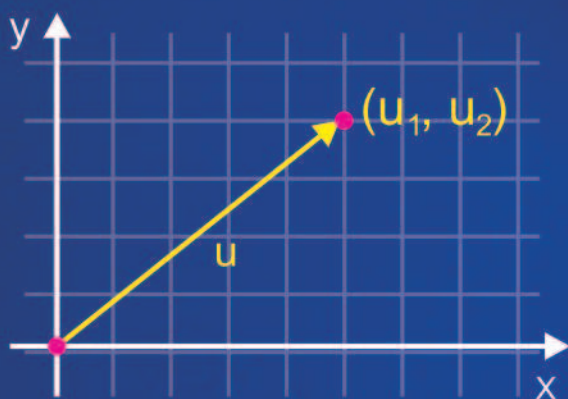
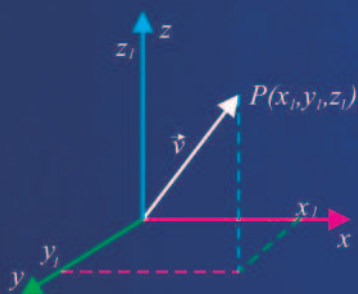




ALJABAR

La Ode Sirad | Marniati | Supratman



ALJABAR

Sebagian mahasiswa di perguruan tinggi belajar Aljabar masih merasakan kesulitan. Pemahaman akan soal-soal dan proses penyelesaiannya yang disajikan sangat kurang yang merupakan kendala utama. Dalam buku ini penyajian teori dipersingkat dan setiap teori yang berupa definisi selalu disertai dengan contoh soal dengan proses penyelesaian secara sistematis. Diharapkan dengan adanya buku ini dapat memudahkan mahasiswa dalam memahami setiap pokok bahasan/sub pokok bahasan yang akan menjadi pembahasan dalam buku ini. Setiap diakhir sub pokok bahasan diakhiri dengan soal latihan yang diharapkan dapat melatih sejauh mana pemahaman mahasiswa terhadap materi yang dipelajari.

Buku Aljabar ini disusun berdasarkan rencana pembelajaran semester. Buku Aljabar ini terdiri dari 3 bab yang membahas tentang Ruang Vektor Euclidean yang membahas Ruang Berdimensi n Euclidean, Transformasi Linear dari R^n ke R^m dan Sifat-Sifat Transformasi Linear dari R^n ke R^m ; Ruang Vektor Umum yang membahas Ruang Vektor Real, Ruang Vektor Bagian, Kombinasi Linear, Merentang, Kebebasan Linear, Basis dan Dimensi; Ruang Hasilkali Dalam yang membahas Hasilkali Dalam, Panjang dan Sudut, Orthogonalitas, dan Basis Orthonormal.



eureka
media aksara
Anggota IKAPI
No. 225/JTE/2021

0858 5343 1992
eurekamediaaksara@gmail.com
Jl. Banjaran RT.20 RW.10
Bojongsari - Purbalingga 53362

ISBN 978-623-487-822-6



9 786234 878226

ALJABAR

La Ode Sirad
Marniati
Supratman



eureka
media aksara

PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA

ALJABAR

Penulis : La Ode Sirad
Marniati
Supratman

Desain Sampul : Ardyan Arya Hayuwaskita

Tata Letak : Siwi Rimayani Oktora

ISBN : 978-623-487-822-6

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, MARET 2023**
ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH
NO. 225/JTE/2021

Redaksi:

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992

Surel : eurekamediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2023

All right reserved

Hak Cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT, Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan buku ajar yang berjudul “Aljabar”. Salawat dan salam kami semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, karena berkat beliau, kita dapat keluar dari alam kegelapan menuju alan yang lebih terang. Buku ajar ini merupakan hasil catatan kuliah dari penulis selama penulis memberikan perkuliahan pada mata kuliah Aljabar di program studi pendidikan matematika.

Sumber bacaan utama dari penulisan buku ajar ini adalah buku Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan-Jilid 1 yang ditulis oleh Howard Anton dan Chris Rorres tahun 2004, sebagai pelengkap juga diambil dari buku-buku antara lain Bill Jacob tahun 1990, Mahmud Imrona tahun 2012 dan lain-lain. Buku ini merupakan lanjutan dari mata kuliah Aljabar Linier.

Buku ini ditulis khusus untuk membantu mahasiswa program studi pendidikan matematika dalam proses perkuliahan mata kuliah Aljabar. Materi dalam buku ajar ini terdiri dari 3 (tiga) bab. Bab 1 membahas pokok bahasan : Ruang Vektor Euclidean, dengan subpokok bahasan : Ruang berdimensi- n Euclidean, Transformasi Linier dari R^n ke R^m , Sifat-sifat Transformasi Linier dari R^n ke R^m . Bab 2 membahas pokok bahasan : Ruang Vektor Umum, dengan subpokok bahasan : Ruang Vektor Real, Ruang Vektor Bagian, Kombinasi Linier, Merentang, Kebebasan Linier, Basis dan Dimensi. Bab 3 membahas pokok bahasan : Ruang Hasilkali Dalam, dengan subpokok bahasan : Hasilkali Dalam, Panjang dan Sudut, Orthogonalitas, Basis Orthonormal. Setiap konsep-konsep yang disajikan dalam buku ajar ini selalu disertai dengan contoh-contoh soal dengan proses penyelesaian secara sistematis. Sehingga memudahkan mahasiswa dalam memahami konsep-konsep materi Aljabar. Untuk mengetahui pemahaman mahasiswa dalam penguasaan materi, setiap akhir sub pokok bahasan diberikan soal-soal latihan.

Kami ucapkan juga rasa terima kasih kepada pihak-ihak yang mendukung lancarnya penulisan buku ajar ini, mulai dari proses penulisan hingga proses cetak, yaitu kedua orang tua, rekan-rekan dosen, mahasiswa, penerbit, dan masih banyak lagi yang tidak bisa kami sebutkan satu per satu.

Kami sadar, masih banyak kekeliruan yang tentu saja jauh dari sempurna tentang penulisan dan isi buku ajar ini. Oleh sebab itu, kami mohon agar pembaca memberi kritik dan juga saran terhadap karya buku ajar ini agar kami dapat terus meningkatkan kualitas isi buku ajar ini.

Kolaka, November 2022

La Ode Sirad

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR TABEL.....	viii
DESKRIPSI ALJABAR.....	ix
BAB 1 RUANG VEKTOR EUCLIDEAN.....	1
A. Pendahuluan.....	1
B. Ruang Berdimensi n Euclidean.....	2
1. Vektor Pada Ruang Berdimensi n	2
2. Sifat-Sifat Vektor pada Ruang Berdimensi n	3
3. Ruang Berdimensi n Euclidean.....	5
4. Norma dan Jarak Pada Ruang Berdimensi n Euclidean.....	7
5. Ketagaklurusan.....	9
6. Notasi Alternatif untuk Vektor pada Rn	10
7. Rumus Matriks untuk Hasil kali Titik.....	11
8. Latihan Soal.....	15
C. Transformasi Linier Dari Rn Ke Rm	16
1. Fungsi dari Rn ke Rm	16
2. Transformasi Linier dari Rn ke Rm	18
3. Notasi Transformasi Linier dari Rn ke Rm	19
4. Geometri dari Transformasi Linier.....	20
5. Jenis-jenis Operator Linier.....	20
6. Komposisi Transformasi Linier.....	27
7. Komposisi dari Tiga atau Lebih Transformasi Linier.....	29
8. Latihan Soal.....	30
D. Sifat-Sifat Transformasi Linier Dari Rn Ke Rm	32
1. Transformasi Linier Satu ke Satu.....	32
2. Invers dari Operator Linier Satu ke Satu.....	33
3. Matriks Standar untuk $T - \mathbf{1}$	33
4. Sifat-sifat Linieritas.....	34
5. Interpretasi Geometri dari Vektor Eigen.....	35
6. Latihan Soal.....	38

BAB 2 RUANG VEKTOR UMUM.....	40
A. Pendahuluan.....	40
B. Ruang Vektor Real.....	40
1. Aksioma Ruang Vektor.....	40
2. Contoh-Contoh Ruang Vektor.....	42
3. Contoh-Contoh Bukan Ruang Vektor.....	47
4. Beberapa Sifat Ruang Vektor.....	50
5. Latihan Soal.....	52
C. Ruang Vektor Bagian.....	53
1. Defenisi Ruang Vektor Bagian.....	53
2. Contoh Ruang Vektor Bagian.....	54
3. Contoh Bukan Ruang Vektor Bagian.....	57
4. Ruang Solusi dari Sistem Homogen.....	58
5. Latihan Soal.....	60
D. Kombinasi Linier.....	61
1. Defenisi Kombinasi Linear.....	61
2. Latihan Soal.....	63
E. Merentang.....	63
1. Defenisi Merentang.....	63
2. Latihan Soal.....	66
F. Kebebasan Linier.....	67
1. Defenisi Kebebasan Linier.....	67
2. Latihan Soal.....	69
G. Basis dan Dimensi.....	70
1. Defenisi Basis.....	70
2. Defenisi Dimensi.....	73
3. Latihan Soal.....	75
BAB 3 RUANG HASIL KALI DALAM.....	77
A. Pendahuluan.....	77
B. Hasil Kali Dalam.....	77
1. Defenisi Hasilkali Dalam.....	77
2. Contoh-Contoh Hasilkali Dalam.....	78
3. Latihan Soal.....	81
C. Panjang dan Sudut.....	82

D. Orthogonalitas	84
1. Defenisi Orthogonalitas	85
2. Himpunan Orthogonal.....	86
3. Latihan Soal	87
E. Basis Orthonormal.....	88
1. Himpunan Ortonormal.....	88
2. Proses Gram-Schmidt.....	91
3. Latihan Soal	95
DAFTAR PUSTAKA	97
INDEKS	99
TENTANG PENULIS	100

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1. Fungsi dari R^n ke R	16
--	----

DESKRIPSI ALJABAR

Buku ajar Aljabar ini berisi materi perkuliahan mata kuliah Aljabar pada jenjang S1 Program Studi Pendidikan Matematika dengan tujuan sebagai buku pegangan kuliah mahasiswa. Buku disusun sedemikian hingga dengan tujuan memudahkan mahasiswa dalam mempelajari mater-materi Aljabar. Pada buku Aljabar ini membahas. Ruang Vektor Euclidean yang membahas Ruang Berdimensi n Euclidean, Transformasi Linear dari R^n ke R^m dan Sifat-Sifat Transformasi Linear dari R^n ke R^m ; Ruang Vektor Umum yang membahas Ruang Vektor Real, Ruang Vektor Bagian, Kombinasi Linear, Merentang, Kebebasan Linear, Basis dan Dimensi ; Ruang Hasil Kali Dalam yang membahas Hasil Kali Dalam, Panjang dan Sudut, Orthogonalitas, dan Basis Orthonormal. Teori-teori dalam buku Aljabar ini dipersingkat dan penjelasan penyelesaian dalam contoh soal diuraikan secara sistematis dengan harapan mahasiswa mudah memahami materi yang diberikan. Selain itu, diakhir pembahasan setiap subbab selalu diberikan soal-soal latihan yang akan dikerjakan oleh mahasiswa untuk mengukur sejauh mana pemahaman mahasiswa terhadap materi yang diberikan. Materi ini disusun berdasarkan beban SKS mata kuliah Aljabar dalam satu semester. Pembahasan dalam buku Aljabar ini diambil dari beberapa sumber/referensi yang berupa buku dan artikel yang biasa diterapkan dalam mempelajari Aljabar. Buku ini merupakan salah satu pegangan mahasiswa dan diharapkan mahasiswa dapat mencari buku-buku Aljabar sebagai pegangan agar semakin menambah wawasan tentang Aljabar.



ALJABAR

**La Ode Sirad
Marniati
Supratman**



BAB

1

RUANG VEKTOR EUCLIDEAN

A. Pendahuluan

Ruang vektor pada ruang Euclid adalah struktur matematika yang dibentuk oleh sekumpulan vektor, yaitu objek yang dapat dijumlahkan dan dikalikan dengan suatu bilangan, yang disebut skalar. Skalar adalah bilangan real, akan tetapi dapat juga dirumuskan ruang vektor dengan perkalian skalar suatu bilangan kompleks, bilangan rasional. Operasi penjumlahan dan perkalian vektor harus memenuhi persyaratan tertentu yang disebut aksioma

Dalam pembahasan ini, akan dikaji tentang kelanjutan dari Ruang Euclid dari R^2 dan R^3 , yaitu ruang berdimensi n Euclidean. Kemampuan akhir yang diharapkan setelah mempelajari bab ini : dapat menerapkan sifat-sifat vektor pada ruang berdimensi n untuk memecahkan masalah-masalah terkait, dapat menerapkan definisi hasil kali dalam Euclidean untuk memecahkan masalah-masalah terkait, dapat menerapkan sifat-sifat hasil kali dalam Euclidean untuk memecahkan masalah-masalah terkait, memahami berbagai permasalahan yang berkaitan dengan transformasi linier dari R^n ke R^m , menerapkan sifat-sifat transformasi linier dari R^n ke R^m untuk memecahkan berbagai masalah.

B. Ruang Berdimensi n Euclidean

1. Vektor Pada Ruang Berdimensi n

Dalam pembahasan ini akan dimulai dengan suatu definisi dari ruang berdimensi n .

Defenisi 1.2.1(1)

Jika $n \in \mathbb{Z}^+$, maka tupel n berurutan (*ordered n -tuple*) adalah suatu urutan dari n bilangan real a_1, a_2, \dots, a_n . Himpunan semua tupel n berurutan disebut *ruang berdimensi n* (*n -space*) dan dinyatakan sebagai \mathbb{R}^n .

Berdasarkan definisi diatas, jika $n = 2$, maka istilah yang digunakan sering disebut dengan **pasangan berurutan** dan bukan *tupel-2*. Jika $n = 3$, sering disebut dengan **tripel berurutan** dan bukan *tupel - 3*. Dan jika $n = 1$, dapat dipandang sebagai himpunan bilangan-bilangan real dan dituliskan dengan \mathbb{R} bukan \mathbb{R}^1 .

Pada pembahasan mengenai ruang berdimensi 3, notasi dari (a_1, a_2, a_3) secara geometrik dapat diinterpretasikan sebagai suatu titik atau sebagai suatu vektor. Pada suatu tupel n berurutan (a_1, a_2, \dots, a_n) dapat dipandang sebagai suatu titik yang digeneralisasi atau suatu vektor yang digeneralisasi.

Defenisi 1.2.1(2)

Misalkan vektor $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ pada \mathbb{R}^n jika

$$u_1 = v_1, u_2 = v_2, \dots, u_n = v_n$$

Jumlah (sum) $\vec{u} + \vec{v}$ didefinisikan sebagai

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, \dots, u_n + v_n)$$

dan jika k adalah suatu skalar sebarang, maka **kelipatan skalar** (*scalar multiple*) $k\vec{u}$ didefinisikan sebagai

$$k\vec{u} = (ku_1, ku_2, \dots, ku_n)$$

BAB 2

RUANG VEKTOR UMUM

A. Pendahuluan

Pada bab ini, konsep vektor yang ditelah dibahas pada bab sebelumnya akan diperumum menjadi konsep vektor secara umum. Akan disusun suatu aksioma yang jika dipenuhi oleh himpunan objek maka akan disebut sebagai vektor. Vektor-vektor yang akan diperumum pada pembahasan ini, antara lain: fungsi, matriks dan polinom. Kemampuan akhir yang diharapkan setelah mempelajari bab ini : memahami suatu himpunan sehingga dapat dikatakan sebagai ruang vektor, memahami suatu himpunan sehingga dapat dikatakan sebagai ruang vektor bagian, memahami suatu vektor tak-kosong merupakan suatu himpunan bebas linier, memahami suatu himpunan vektor pada suatu sebarang vektor merupakan basis untuk vektor tersebut, memahami suatu ruang vektor memiliki dimensi tak hingga.

B. Ruang Vektor Real

1. Aksioma Ruang Vektor

Seperti yang telah dinyatakan sebelumnya, dengan memperhatikan vektor R^n dan matriks $M_{n \times n}$ yang dilengkapi dengan operasi penjumlahan dan perkalian dengan skalar yang mempunyai sifat yang sama, mendorong didefinisikannya ruang vektor berikut. Defenisi terdiri dari sepuluh aksioma. Dan suatu aksioma

tidak perlu dibuktikan, karena aksioma hanyalah merupakan “aturan permainan”.

Defenisi 2.2.1

Misalkan V adalah himpunan tak-kosong yang dilengkapi dengan operasi penjumlahan dan perkalian dengan scalar (dalam hal ini scalar adalah bilangan real). V disebut ruang vektor jika memenuhi sepuluh aksioma berikut :

- 1) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} \in V$ (tertutup terhadap penjumlahan)
- 2) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (komutatif)
- 3) $\forall \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in V \Rightarrow (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ (asosiatif)
- 4) $\exists \vec{0} \in V \Rightarrow \vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u}, \forall \vec{u} \in V$ (unsur identitas)
- 5) $\forall \vec{u} \in V, \exists -\vec{u} \in V \Rightarrow \vec{u} + (-\vec{u}) = (-\vec{u}) + \vec{u} = \vec{0}$ (unsur invers)
- 6) $\forall \vec{u} \in V$ dan $\forall k \in R \Rightarrow k\vec{u} \in V$ (tertutup terhadap perkalian skalar)
- 7) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V$ dan $\forall k \in R \Rightarrow k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ (distributif skalar)
- 8) $\forall \vec{u} \in V$ dan $\forall k, l \in R \Rightarrow (k + l)\vec{u} = k\vec{u} + l\vec{u}$ (distributif skalar)
- 9) $\forall \vec{u} \in V$ dan $\forall k, l \in R \Rightarrow (kl)\vec{u} = k(l\vec{u})$ (asosiatif skalar)
- 10) $\forall \vec{u} \in V \Rightarrow 1 \times \vec{u} = \vec{u}$ (perkalian dengan skalar 1)

Anggota ruang vektor disebut vektor.

Dengan defenisi ruang vektor seperti yang didefenisikan ini maka istilah **vektor** menjadi sangat luas, sebuah matriks atau fungsi disebut vektor juga sepanjang himpunan matriks atau fungsi tersebut yang dilengkapi dengan operasi penjumlahan dan perkalian dengan skalar tersebut memenuhi kesepuluh aksioma di atas.

BAB 3

RUANG HASILKALI DALAM

A. Pendahuluan

Ruang hasilkali dalam adalah suatu ruang vektor yang dilengkapi dengan operasi hasilkali dalam. Sama halnya dengan ruang vektor, ruang hasilkali dalam juga dapat digunakan dalam beberapa metode optimasi. Kemampuan akhir yang diharapkan setelah mempelajari bab ini : memahami sebuah hasilkali dalam dapat digunakan untuk mendefenisikan konsep-konsep panjang dan jarak di dalam ruang-ruang vektor selain R^n , mendefenisikan konsep tentang sudut diantara dua vektor di sebuah ruang hasilkali dalam dan menggunakannya untuk memperoleh hubungan diantara vektor-vektor di dalam sebuah ruang hasilkali dalam, menemukan basis-basis pada vektor-vektor yang saling ortogonal satu sama lainnya.

B. Hasil Kali Dalam

1. Defenisi Hasilkali Dalam

Pada pembahasan sebelumnya, telah dinotasikan hasil-kali dalam Euclidean dari dua buah vektor pada ruang R^n dengan notasi $\vec{u} \cdot \vec{v}$. Pada pembahasan ini, diperkenalkan suatu notasi alternatif $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$ untuk melambangkan hasil-kali dalam umum. Dengan notasi baru ini, sifat-sifat fundamental dari hasilkali dalam Euclidean yang tercantum dalam teorema-teorema secara tepat merupakan aksioma-aksioma dalam defenisi berikut ini.

Defenisi 3.2.1

Misalkan V adalah suatu ruang vektor dan $\vec{u}, \vec{v}, w \in V$ maka notasi $\langle \cdot, \cdot \rangle$ dinamakan **hasil-kali dalam** jika memenuhi keempat aksioma berikut :

- 1) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V$ berlaku $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$
kesimetrian
- 2) $\forall \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in V$ berlaku $\langle \vec{u} + \vec{v}, \vec{w} \rangle = \langle \vec{u}, \vec{w} \rangle + \langle \vec{v}, \vec{w} \rangle$
penjumlahan
- 3) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V$ dan $\exists k \in R$ berlaku $\langle k\vec{u}, \vec{v} \rangle = k\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$
kehomogenan
- 4) $\forall \vec{u} \in V$ berlaku $\langle \vec{u}, \vec{u} \rangle > 0$ dan $\langle \vec{u}, \vec{u} \rangle = 0 \Leftrightarrow u = 0$
kepositifan

Ruang vektor real yang dilengkapi dengan hasil-kali dalam disebut ruang *hasilkali dalam real*.

2. Contoh-Contoh Hasilkali Dalam

a. Hasilkali dalam Euclidean pada R^n

Misalkan $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ adalah vektor-vektor pada R^n , dengan mendefinisikan :

$$\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$$

mendefinisikan $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$ sebagai hasilkali dalam Euclidean pada R^n adalah merupakan ruang hasilkali dalam.

Bukti sebagai latihan !

Misalkan w_1, w_2, \dots, w_n adalah bilangan-bilangan real positif, yang disebut sebagai *nilai bobot*, dan jika $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ adalah vektor-vektor pada R^n , maka :

$$\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = w_1 u_1 v_1 + w_2 u_2 v_2 + \dots + w_n u_n v_n$$

mendefinisikan sebuah hasilkali dalam pada R^n , hasil kali dalam ini disebut sebagai *hasilkali dalam Euclidean berbobot dengan nilai bobot w_1, w_2, \dots, w_n* .

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., dan Rorres, C., 2004. Aljabar Linear Elementer. Edisi Kedelapan, Jilid 1. Jakarta Erlangga.
- Imrona, Mahmud, 2013. Aljabar Linear Dasar. Edisi Kedua. Jakarta : Erlangga.
- Jacob, Bill. 1990. Linear Algebra. New York : Freeman and Company.
- Kariadinata, Rahayu, 2019. Pengantar Aljabar Linier disertai Peta Konsep. Bandung : Pustaka Setia.
- Khoirunnisa, S. 2020. Isomorfisma Ruang Vektor. Nurjati Journal of Mathematic and Mathmatical Sciences, 1(1), 58-65. <https://www.syekhnurjati.ac.id/jurnal/index.php/njmms/article/view/8086>
- Lang, Serge. 1986. Intrduction to Linear Algebra. New York : Springer-Verlag.
- Maryani, Sri. 2009. Ketaksamaan Cauchy Schwarz Pada Ruang Hasil Kali-2. Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika, 1(1), 1 - 6. <http://jos.unsoed.ac.id/index.php/jmp/article/view/2973>
- Messer, Robert, 1994. Linear Algebra, Guteway to Mathematics. USA : Harper Collins Colledge.
- Mudhinai, L., Arnawa, M. I., & Bakar, N. N. 2019. Sifat Transfrmasi Linier, Operator Simetrus Dan Teorema Spektral. Jurnal Matematika UNAND, 8(1), 171 - 178. <http://jmua.fmipa.unand.ac.id/index.php/jmua/article/view/422>
- Mufidah, A., Sulasteri, S., Majid, A. F., Mattoliang, L. A. 2019. Analisis Pemahaman Knsep Aljabar Pada Mata Kuliah Aljabar Linier Elementer. Al Asma : Journal of Islamic Education. 1(1), 42 - 52. <https://journal3.uin-alauddin.ac.id/index.php/alasma/article/view/11247>

- Nursupiamin. 2013. Ortogonalitas di Ruang Bernorm. Al-Khwarizmi : Jurnal Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. 1(1), 17 - 22.
<https://ejournal.iainpalopo.ac.id/index.php/al-khwarizmi/article/view/51>
- Strang, Gilbert. Introduction To Linear Algebra, 3rd Edition. USA : Wellesley-Cambridge.

INDEKS

B

Basis · 44, 79, 97

D

Dilasi · 35, 36

Dimensi · 79, 82

E

Euclidean · 10, 11, 14, 15, 16,
17, 18, 21, 24, 86, 87, 88, 89,
91, 93, 101, 110

G

Gram-Schmidt · 100, 101

H

Hasilkali Dalam · 86, 88, 89, 93

Hasilkali Titik · 20

Himpunan Ortogonal · 110

Himpunan Ortonormal · 97

J

Jarak · 16, 92

K

Kebebasan Linier · 76

Kombinasi Linier · 70

Komposisi · 36, 38, 39

Kontraksi · 35

M

Matriks Standar · 42

Merentang · 72

N

Norma · 16

O

Operator Linier · 29, 42

Orthogonal · 95

Orthonormal · 97

P

Panjang · iii, vi, ix, 91, 92

Proyeksi · 32

R

Refleksi · 29, 30, 31, 32, 38

Rotasi · 34

Ruang Euclid · 10

Ruang Vektor · 49, 51, 56, 59,
62, 63, 66, 106

T

Transformasi Linier · 25, 27, 28,
29, 36, 38, 41

TENTANG PENULIS



La Ode Sirad, di lahirkan di Lambubalano, Kab. Muna Barat, Sulawesi Tenggara, 20 Juli 1980. Menempuh Pendidikan di SDN 2 Lambubalano, SMP Negeri 1 Lawa dan melanjutkan ke SMA Negeri 1 Lawa. Setelah menamatkan SMA melanjutkan pendidikan Strata-1 di Universitas Negeri Manado pada Program Studi Pendidikan Matematika dan Pendidikan Strata-2 diselesaikan di Institut Teknologi Bandung pada Jurusan Matematika. Sekarang ini mengabdikan diri di dalam dunia pendidikan tepatnya di Universitas Negeri Sembilanbelas November Kolaka sebagai dosen pada Program Studi Pendidikan Matematika terhitung mulai 02 Maret 2017. Mata kuliah yang diampuh di Program Studi Pendidikan Matematika selama menjadi dosen diantaranya mata kuliah Struktur Aljabar, Teori Bilangan, Trigonometri, dan Aljabar 1. Selain itu saya juga mengajar di lintas program studi dan fakultas dengan mata kuliah yang diampuh diantaranya Pengantar Pendidikan pada Program Studi Geografi, Biostatistika pada Program Studi Pendidikan Biologi, Pengantar Statistik Sosial dan Statistika sosial Lanjutan di Fakultas Ilmis Sosial dan Politik pada Program Studi Administrasi Publik.

Alamat Penulis Rumah : Lingkungan III, Kelurahan Wundulako,
Kecamatan Wundulako, Kabupaten
Kolaka, Provinsi Sulawesi Tenggara,
kodepos 93561

suratelektronik : laodesirad.usnkolaka@gmail.com

facebook : ode_zirad

handphonedanwhatsapp : 08124508600



Marniati, S.Pd., M.PMat., Anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Marhali dan Mutmainnah. Penulis Lahir di Wolulu, Kab. Kolaka Sulawesi Tenggara, pada tanggal 13 April 1987. Pendidikan yang di tempuh, yaitu SDN 1 Rahanggada (1999), SMPN I Kolaka (2003), SMKN I Kolaka (2006). Menyelesaikan Pendidikan Sarjana di program studi S1 pendidikan Matematika di Universitas Sembilanbelas November Kolaka (2012), Program Megister Pengajaran Matematika di Institut Teknologi Bandung (2015). Penulis kini aktif sebagai dosen Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sembilanbelas November Kolaka. Penulis diberi Amanah mengampu mata kuliah Aljabar Linear Elementer, Aljabar 1, Matematika Diskrit, Penelitian dan pengajaran Matematika, serta mata kuliah Statistik Penelitian di program studi Manajemen dan mata kuliah Matematika Dasar di program studi S1 Farmasi dan D3 Keperawatan. Selain aktif mengajar penulis juga aktif dalam melakukan penelitian dan pengabdian kepada masyarakat. Tulisannya juga diterbitkan pada jurnal Nasional terakreditasi dan dan jurnal internasional. Penulis dapat dihubungi melalui Email bungaitb@gmail.com.



Supratman, lahir pada hari kamis, 29 Juni 1989 di Kolaka, Kabupaten Kolaka, Sulawesi Tenggara, Indonesia. Pecinta matematika ini telah menamatkan pendidikan TK Islam Perwanida Kolaka, SDN 03 Balandete, SMP Negeri 1 Kolaka, dan SMA Negeri 1 Kolaka, kemudian Tahun 2007 menempuh pendidikan pada program Sarjana di Universitas Sembilanbelas November Kolaka dengan mengambil jurusan Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP), dan melanjutkan pendidikan pada Program Magister Pascasarjana Universitas Halu Oleo tahun 2012 dengan

mengambil Jurusan Pendidikan Matematika, dan saat ini menempuh pendidikan S3 Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) di Universitas Negeri Surabaya (UNESA). Ia saat ini berdomisili di Kelurahan Lidah Wetan, Kecamatan Laka Santri, Kota Surabaya.

Terhitung Oktober 2014, ia menjadi Dosen Tetap di Universitas Sembilanbelas November Kolaka pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP), dan mengajar pada mata kuliah Kalkulus I, Kalkulus II, Trigonometri, Aljabar Linear & Matriks, serta Statistika dan Probabilitas, ia juga merupakan dosen lintas fakultas di Fakultas Sains & Teknologi (FST) dan Fakultas Teknologi Informasi (FTI), selain itu ia juga aktif sebagai dosen MKDU di sekolah Tinggi Teknologi Mekongga Kolaka (STTM) dan aktif sebagai tutor di Universitas Terbuka (UT) UPBJJ Kendari.

Penulis merupakan putra pertama-dari dua bersaudara-pasangan Supu, A.Md., Pd dan Hj. Rosmiati Beddolo. Dan memiliki istri bernama Hj. Rukmana, SKM yang berdinis di UPTD Puskesmas Tanggetada, Kecamatan Tanggetada, Kabupaten Kolaka, serta memiliki 2 orang putra yang bernama Muh. Faidil Zikri Ramadhan, S dan Muh. Keenan Hafidz Al-Hanan, S.

Saat ini ia tekun menulis beberapa buku ajar dan referensi lainnya seperti Statistika dan aplikasinya dalam bidang pendidikan, *Problem Solving Ability Mathematics*, Kajian Filsafat Pendidikan Matematika, kajian Filsafati Merdeka Belajar Pendidikan Matematika, Trigonometri, Flipped Classroom (Perspektif Barat dalam pengajaran matematika sekolah dan perguruan tinggi), dan Pendekatan untuk Penelitian Kualitatif dalam Pendidikan Matematika, Beberapa hasil penelitian diraih pada Program SIMLITABMAS dan Pengabdian Kepada Masyarakat (PKM) serta aktif dalam menulis artikel/jurnal yang terakreditasi SINTA.

Di tahun 2021, penulis juga tercatat sebagai Asesor BAN S/M Provinsi Sulawesi Tenggara yang merupakan salah satu program kementerian pendidikan dan kebudayaan (KEMENDIKBUD) yang bergerak di bidang Akreditasi Sekolah dan Madrasah yang bermutu dan Profesional, Selain itu Penulis Juga telah mengikuti

Rangkaian Pelatihan Keahlian dalam bidang *Virtual Learning Design* dan memperoleh Sertifikat & Gelar Non Akademik (C.VLD)

Alamat Penulis Rumah : Lingkungan V, Kelurahan Anaieoi,
Kecamatan Tanggetada, Kabupaten
Kolaka, Provinsi Sulawesi Tenggara,
kode pos 93563

surat elektronik : supratmanmath@usn.ac.id

blog pribadi : sciencemathematicseducation.wordpress.com

facebook : Supratman Supu

handphone dan whatsapp : 085342823753