

Dr. Hasan Basri, M.Pd



ANALISIS REAL

L A N J U T





0858 5343 1992
eurekamediaaksara@gmail.com
Jl. Banjaran RT.20 RW.10
Bojongsari - Purbalingga 53362



ANALISIS REAL LANJUT

Dr. Hasan Basri, M.Pd



eureka
media aksara

PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA

ANALISIS REAL LANJUT

Penulis : Dr. Hasan Basri, M.Pd

Desain Sampul : Eri Setiawan

Tata Letak : Rizki Rose Mardiana

ISBN : 978-623-151-984-9

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, DESEMBER 2023**
ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH
NO. 225/JTE/2021

Redaksi:

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992
Surel : eurekaediaaksara@gmail.com

Cetakan Pertama : 2023

All right reserved

Hak Cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh
isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun,
termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman
lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur Alhamdulillah penulis haturkan ke hadirat ALLAH SWT yang telah memberikan taufik, hidayah, dan inayahNYA sehingga penulis berhasil menuliskan Buku Analisis Real Lanjut ini. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah untuk junjungan kita Nabi besar Muhammad SAW yang telah menyampaikan ajaran tentang pentingnya memiliki ilmu bermanfaat yang menjadi pemicu terbitnya tulisan ini.

Buku ini sengaja ditulis dengan sasaran para mahasiswa yang pada umumnya kesulitan dalam memahami referensi analisis real yang berbahasa asing. Melalui buku ini diharapkan mahasiswa mampu memahami dengan baik materi Analisis Real Lanjut yang meliputi barisan dan deret, limit dan fungsi kontinu. Dengan belajar analisis real diharapkan mahasiswa mampu bernalar secara logis dan mengekspresikan hasil pernarannya secara tertulis, sistematis dan rigorous. Semoga melalui buku ini dapat mencapai maksud tersebut.

Namun demikian, tentu tidak ada gading yang tak retak. Sebagai tulisan edisi pertama, tentu banyak hal yang masih perlu diperbaiki. Karena itu, kritik, saran dan komentar membangun sangat diharapkan demi perbaikan penulisan di edisi berikutnya. Akhirnya, semoga buku ini mampu memberikan pencerahan kepada para mahasiswa dalam memahami mata kuliah Analisis Real Lanjut secara utuh. Semoga pula, ilmu yang penulis sharingkan melalui buku ini diterima oleh ALLAH sebagai ilmu yang bermanfaat (ilmun yun tafaa u bih) yang mengalir terus pahalanya sampai kiamat.

Pamekasan, November 2023

Hasan Basri

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR GAMBAR.....	v
BAB 1 BARISAN DAN DERET	1
A. Barisan dan Limitnya	1
B. Teorema Limit.....	10
C. Barisan Monoton.....	17
D. Barisan Bagian.....	20
BAB 2 LIMIT.....	26
A. Limit Fungsi	26
B. Teroema Limit di Suatu Titik Tertentu	32
C. Perluasan dari Konsep Limit	36
BAB 3 FUNGSI KONTINU	40
A. Pengertian Fungsi Kontinu	40
B. Fungsi Kontinu pada Suatu Interval.....	43
C. Kombinasi Fungsi Kontinu	47
D. Kekontinuan Seragam dan Fungsi Invers	51
DAFTAR PUSTAKA.....	55
TENTANG PENULIS.....	56

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1	Ilustrasi Barisan yang Memiliki Limit (Konvergen)	3
Gambar 2. 1	$L = \lim_{x \rightarrow c} f(x)$	28
Gambar 3. 1	Persekitaran $\forall \epsilon (c)$	47
Gambar 3. 2	Persekitaran $\forall \delta f(c)$	47



ANALISIS REAL LANJUT

Dr. Hasan Basri, M.Pd



BAB

1

BARISAN DAN DERET

CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu memahami definisi barisan dan limitnya serta menggunakannya dalam pemecahan masalah
2. Mahasiswa mampu memahami teorema limit serta menggunakannya dalam pemecahan masalah
3. Mahasiswa mampu memahami barisan monoton serta menggunakannya dalam pemecahan masalah
4. Mahasiswa mampu memahami barisan bagian atau *Subsequences* serta menggunakannya dalam pemecahan masalah

A. Barisan dan Limitnya

Definis 1.1 Barisan Bilangan Real

Barisan bilangan real adalah suatu fungsi dari bilangan asli (N) ke bilangan real (R)

Dengan demikian, misalkan kita memiliki barisan X maka kita menandai pengaitan dari bilangan asli n ke bilangan real x_n sebagai berikut:

$$X: N \rightarrow R$$

$$1 \rightarrow x_1$$

$$2 \rightarrow x_2$$

$$3 \rightarrow x_3$$

BAB

2

LIMIT

CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan limit fungsi serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
2. Mahasiswa mampu memahami dan menjelaskan teorema limit serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
3. Mahasiswa mampu menjelaskan perluasan dari konsep limit serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.

A. Limit Fungsi

Definisi 2.1 Titik Limit/Titik Cluster

Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}$ titik $c \in \mathbb{R}$ dikatakan titik limit dari A jika untuk setiap $\delta > 0$ ada paling sedikit satu titik $x \in A$, $x \neq c$ sedemikian hingga $|x - c| < \delta$.

Contoh 2.1

Diberikan $A = (4,7)$

1. Apakah 6 merupakan titik limit dari A ? Buktikan!
2. Apakah 3 merupakan titik limit dari A ? Buktikan!

Jawab

1. Ya

Bukti:

Ambil sebarang $\delta > 0$, akan dibuktikan bahwa $V_{\delta}(c) \cap A - \{c\} \neq \emptyset$.

BAB 3

FUNGSI KONTINU

CAPAIAN PEMBELAJARAN:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan definisi fungsi kontinu di suatu titik baik secara intuitif maupun secara formal serta dapat mengimplementasikannya dalam menyelesaikan masalah.
2. Mahasiswa mampu memahami pada interval serta dapat mengimplementasikannya dalam menyelesaikan masalah.
3. Mahasiswa mampu memahami kombinasi fungsi kontinu dan dapat mengimplementasikannya dalam menyelesaikan masalah.
4. Mahasiswa mampu memahami kekontinuan seragam dan fungsi invers dan dapat mengimplementasikannya dalam menyelesaikan masalah.

A. Pengertian Fungsi Kontinu

Definisi 3.1 Fungsi Kontinu di Suatu Titik Secara Intuitif

Fungsi f dikatakan kontinu di $x = a$ jika grafik fungsi di $x = a$ tidak putus atau tersambung, sehingga di $f(a)$ harus terdefinisi atau ada.

DAFTAR PUSTAKA

- Alwi, W. 2021. *Analisis Real*. Tasikmalaya: Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. 2010. *Introduction to Real Analysis (Fourth Edition)*. New York: John Wiley & Sons.
- Gunawan, H. 2009. *Pengantar Analisis Real*. FMIPA ITB. Bandung
- Hernadi, J. 2015. *Analisis Real Elementer dengan Ilustrasi Grafis dan Numeris*. Jakarta: Erlangga.
- Mashadi & Hadi, A. 2017. *Analisis I*. Pekanbaru: UR Press Pekanbaru.
- Trench, W. F. 2003. *Introductions to Real Analysis*. New York: John Wiley & Sons.

TENTANG PENULIS

Dr. Hasan Basri, M.Pd



Pada tahun 2009 beliau menyelesaikan S1 di Universitas Negeri Malang dengan IPK 3,55 (Cumlaude). Selanjutnya selama tiga tahun dari tahun 2009-2012 beliau pernah menjadi guru di Kabupaten Teluk Bintuni Papua Barat. Pada tahun 2012 beliau melanjutkan studi S2 di Universitas Negeri Surabaya (UNESA) dan menyelesaikan studi S2 pada tahun 2014 dengan IPK 3,56 (Dengan Pujian). Selanjutnya pada tahun 2016 beliau berkesempatan untuk melanjutkan studi S3 melalui program Beasiswa Unggulan Dosen Indonesia Dalam Negeri (BUDI-DN) dan mampu menyelesaikan studi S3 pada tahun 2020 dengan IPK 3,93 (Cumlaude). Selama studi beliau telah menghasilkan beberapa karya berupa artikel ilmiah baik yang terindeks Sinta maupun terindeks Scopus, selain itu beliau juga menghasilkan beberapa buku yaitu Mengembangkan HOTS Melalui Matematika dan Ragam Soal Matematis untuk Mengembangkan Disposisi Berpikir Kritis. Setelah S3 pada tahun 2021 beliau menerbitkan buku ajar berjudul "Teori Bilangan", tahun 2022 buku ajar "Berpikir dan Bernalar Matematis". Pada tahun 2021 berhasil lulus menjadi asesor BAN S/M Provinsi Jawa Timur dan tahun 2022 menjadi Reviewer Dewan Pendidikan Tinggi (DPT) Kemdikbudristek. Beliau juga mengikuti program kemdikbudristek seperti program bantuan implementasi kurikulum MBKM, program MBK, PJJ, PKKM dan peningkatan kompetensi dosen melalui kemitraan dengan sekolah. Selain itu penulis juga aktif dalam kegiatan MBKM dengan berpartisipasi menjadi DPL Kampus Mengajar angkatan 2 dan 3 serta lulus dalam program riset keilmuan pada skema riset mandiri dosen. Pada tahun 2022 beliau aktif dalam berbagai kegiatan di kementerian agama RI dengan menjadi Instruktur Nasional AKMI dan Tim Inti Kabupaten (TIK)