

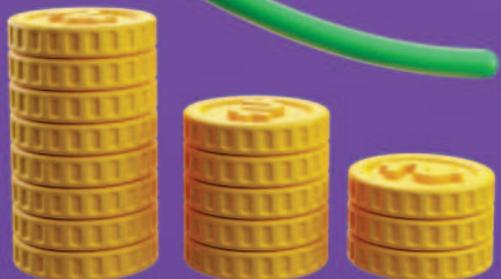


Matematika Ekonomi & Bisnis

Dr. Ratna Tri Hari Safariningsih, M.M

Anjelis Ratuwulan, M.Pd

Ir. Rini Anggraini, M.M



Matematika Ekonomi & Bisnis



RATNA TRI HARI SAFARININGSIH Lulus dari program Doktor Pascasarjana Universitas Negeri Jakarta Jurusan Ilmu Manajemen.

Sejak tahun 2015 penulis menjadi Koordinator SDM, Fasilitas, Administrasi dan Keuangan KS UI Makara dibawah Sekretaris Universitas Indonesia dan juga sebagai dosen Vokasi bidang SDM perumahsakitan Universitas Indonesia, dosen pada Politeknik STMI Kementerian Perindustrian.

Penulis telah menerbitkan beberapa buku referensi yang digunakan dalam perkuliahan dengan judul: Manajemen Teori & Aplikasi (2023), Manajemen SDM Pada Sektor Kesehatan (2023), Manajemen SDM dan Perkembangan Global (2023).



ANJELIS RATUWULAN. Lahir di Medan pada tanggal 30 Agustus 1991. Pendidikan : SD Negeri Sumber Jaya 05 Tambun Selatan Bekasi pada tahun 1998–2004, SMP Negeri 5 Tambun Selatan Bekasi pada tahun 2004–2007, SMA Negeri 4 Tambun Selatan Bekasi pada tahun 2007–2010, Sarjana Pendidikan Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan IPA Universitas Indraprasta PGRI Jakarta tahun 2010–2014, dan Magister Pendidikan Program Studi Matematika

dan IPA Universitas Indraprasta PGRI Jakarta tahun 2017–2019.

Pengalaman Kerja : Guru Matematika di SMP Yadika 13 Tambun, Guru Matematika di SMPN 3 Cibitung, Guru Matematika di SMK Daarul Na'im Tambun, Guru Matematika di SMP La Royba Islamic School Depok, Guru Matematika di SMK PGRI 16 Jakarta, Dosen di Universitas Dian Nusantara, Dosen di STMIK Mercusuar.



RINI ANGGRAINI. Lahir di Surabaya pada tanggal 20 September 1956. Pendidikan : SDK Vincentius Surabaya pada tahun 1963 - 1969 , SMP Negeri 3 Surabaya pada tahun 1970–1972, SMA Negeri 2 Surabaya pada tahun 1973–1975, Sarjana Teknik Kimia Institut Teknologi 10 November Surabaya tahun 1976 – 1983, Magister Managemen Sumber Daya Manusia STIE IPWIJA Jakarta tahun 2004–2005.

Pengalaman Kerja : PT. Ispat Indo, pabrik baja, Sidoarjo, Jawa Timur pada 1983, PT. Inproma Engineering, konsultan, Jakarta pada 1984, PT. Pupuk Kalimantan Timur, Kantor Perwakilan Jakarta pada 1984 sd 2001, Dosen Universitas Mercubuana, Jakarta pada 2001 sd 2022, Dosen Universitas Dian Nusantara, Jakarta pada 2019 sd sekarang.



☎ 0858 5343 1992
✉ eurekaediaaksara@gmail.com
📍 Jl. Banjaran RT.20 RW.10
Bojongsari - Purbalingga 53362

ISBN 978-623-120-788-3



9 786231 207883

MATEMATIKA EKONOMI DAN BISNIS

Dr. Ratna Tri Hari Safariningsih, M.M.

Anjelis Ratuwulan, M.Pd.

Ir. Rini Anggraini, M.M.



eureka
media aksara

PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA

MATEMATIKA EKONOMI DAN BISNIS

Penulis : Dr. Ratna Tri Hari Safariningsih, M.M.
Anjelis Ratuwulan, M.Pd.
Ir. Rini Anggraini, M.M.

Desain Sampul : Ardyan Arya Hayuwaskita

Tata Letak : Ayu May Lisa

ISBN : 978-623-120-788-3

Diterbitkan oleh : **EUREKA MEDIA AKSARA, JUNI 2024**
ANGGOTA IKAPI JAWA TENGAH
NO. 225/JTE/2021

Redaksi:

Jalan Banjaran, Desa Banjaran RT 20 RW 10 Kecamatan Bojongsari
Kabupaten Purbalingga Telp. 0858-5343-1992
Surel : eurekamediaaksara@gmail.com
Cetakan Pertama : 2024

All right reserved

Hak Cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh
isi buku ini dalam bentuk apapun dan dengan cara apapun,
termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman
lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Salam sejahtera,

Alhamdulillah, puji syukur atas kehadiran Allah SWT dengan rahmat dan izin-Nya, akhirnya penulis dapat menyelesaikan Buku Matematika Ekonomi dan Bisnis. Matematika telah lama menjadi bahasa universal dalam dunia ilmu pengetahuan. Di ranah ekonomi dan bisnis, penerapan matematika menjadi krusial dalam menganalisis fenomena kompleks, membuat keputusan yang tepat, serta merumuskan strategi yang efektif.

Buku ini terdiri dari 14 bab yang membahas. 1. Fungsi Linier, 2. Penerapan Fungsi Linear (1) - Fungsi Permintaan, Fungsi, Penawaran, Keseimbangan Pasar, Pengaruh Pajak dan Subsidi, 3. Penerapan Fungsi Linear(2) - Fungsi Penerimaan, Fungsi Biaya, Analisa Laba, Rugi dan Titik Pulang Pokok (BEP), 4. Fungsi Non Linear, 5. Penerapan Fungsi Non Linear - Keseimbangan Pasar, Analisis Laba Rugi Dan Titik Pulang Pokok, 6. Matriks, 7. Determinan, Metode Sarrus, Metode Cramer, 8. Turunan Fungsi (Diferensial) dan Penerapannya, 9. Penerapan Diferensial Pada Ekonomi dan Bisnis, 10. Konsep Diferensial Parsial, 11. Penerapan Diferensial Parsial Pada Bidang Ekonomi dan Bisnis, 12. Metode Pengganda Lagrange (Penerapan Diferensial Parsial / Optimasi Bersyarat), 13. Integral Tak Tentu (dan Penerapannya Dalam Bidang Ekonomi), 14. Integral Tentu (Dan Penerapannya Dalam Bidang Ekonomi).

Buku "Matematika Ekonomi dan Bisnis", hadir untuk memberikan pemahaman yang komprehensif tentang konsep-konsep matematika yang relevan dalam konteks ekonomi dan bisnis. Melalui pembahasan yang sistematis dan penuh dengan contoh praktis, diharapkan pembaca dapat menguasai dasar-dasar matematika yang diperlukan dalam memahami dan menangani permasalahan ekonomi serta bisnis.

Dalam penyusunan buku ini, kami berusaha menyajikan materi-materi secara mendalam namun tetap mudah dipahami. Kami juga berharap buku ini dapat berguna bagi para mahasiswa, praktisi, dan siapa pun yang tertarik untuk memperdalam

pemahaman mereka tentang keterkaitan antara matematika, ekonomi, dan bisnis.

Salam,

[Penulis]

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
BAB 1 FUNGSI LINIER	1
A. Fungsi.....	1
B. Fungsi Linier.....	6
C. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)	11
D. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)	16
BAB 2 PENERAPAN FUNGSI LINEAR (1) - FUNGSI PERMINTAAN, FUNGSI PENAWARAN, KESEIMBANGAN PASAR, PENGARUH PAJAK DAN SUBSIDI	21
A. Penerapan Fungsi Linier.....	21
B. Fungsi Permintaan, Fungsi Penawaran dan Keseimbangan Pasar	22
C. Pengaruh Pajak dan Subsidi.....	27
BAB 3 PENERAPAN FUNGSI LINEAR(2) - FUNGSI PENERIMAAN, FUNGSI BIAYA, ANALISA LABA, RUGI DAN TITIK PULANG POKOK (BEP)	31
A. Fungsi Penerimaan.....	31
B. Fungsi Biaya.....	32
C. Analisis Laba Rugi dan Analisis Pulang Pokok (BEP).....	33
BAB 4 FUNGSI NON LINEAR	43
A. Fungsi Non Linear.....	43
B. Fungsi Kuadrat.....	44
BAB 5 PENERAPAN FUNGSI NON LINEAR - KESEIMBANGAN PASAR, ANALISIS LABA RUGI DAN TITIK PULANG POKOK	51
A. Penerapan Fungsi Non Linier	51
B. Fungsi Permintaan, Fungsi Penawaran dan Keseimbangan Pasar	51
C. Fungsi Biaya.....	54
D. Fungsi Penerimaan.....	59
E. Analisis Laba, Rugi Dan Titik Pulang Pokok.....	61

BAB 6	MATRIKS	67
	A. Definisi Matriks	67
	B. Jenis Matriks.....	69
	C. Operasi Matriks	73
	D. Penerapan Matriks Dalam Bidang Ekonomi.....	76
BAB 7	DETERMINAN, METODE SARRUS, METODE CRAMER.....	82
	A. Determinan.....	82
	B. Metode Cramer	85
BAB 8	TURUNAN FUNGSI (DIFERENSIAL) DAN PENERAPANNYA	93
	A. Pengertian Diferensial / Turunan.....	93
	B. Kaidah, Rumus dan Aturan Diferensial	94
	C. Penerapan Diferensial	101
BAB 9	PENERAPAN DIFERENSIAL PADA EKONOMI DAN BISNIS.....	110
	A. Penerapan Diferensial Pada Ekonomi dan Bisnis	110
	B. Elastisitas	111
	C. Biaya Marginal	116
	D. Analisis Minimum (Pada Biaya) dan Analisa Maksimum (Pada Laba)	117
BAB 10	KONSEP DIFERENSIAL PARSIAL	124
	A. Fungsi Majemuk	124
	B. Teknik Diferensiasi Fungsi Majemuk	125
	C. Nilai Ekstrim : Maksimum dan Minimum	127
BAB 11	PENERAPAN DIFERENSIAL PARSIAL PADA BIDANG EKONOMI DAN BISNIS.....	131
	A. Penerapan Diferensial Parsial Pada Bidang Ekonomi dan Bisnis	131
	B. Permintaan Marginal dan Elastisitas Parsial.....	131
	C. Perusahaan Dengan 2 Macam Output dan Biaya Produksi Gabungan	135
	D. Produk Marginal Parsial	137

BAB 12	METODE PENGGANDA LAGRANGE (PENERAPAN DIFERENSIAL PARSIAL/ OPTIMASI BERSYARAT)	141
	A. Optimasi Bersyarat.....	141
	B. Pengganda Lagrange	141
	C. Penerapan Pengganda Lagrange Dalam Bidang Ekonomi dan Bisnis	144
BAB 13	INTEGRAL TAK TENTU (DAN PENERAPANNYA DALAM BIDANG EKONOMI)	147
	A. Pendahuluan.....	147
	B. Rumus - Rumus Integral	147
	C. Penerapan Integral Tak Tentu Dalam Bidang Ekonomi	152
BAB 14	INTEGRAL TENTU (DAN PENERAPANNYA DALAM BIDANG EKONOMI)	162
	A. Pendahuluan.....	162
	B. Rumus Integral Tertentu	164
	C. Penerapan Integral Tentu dalam Bidang Ekonomi	168
	DAFTAR PUSTAKA	179
	TENTANG PENULIS	182



MATEMATIKA EKONOMI DAN BISNIS

Dr. Ratna Tri Hari Safariningsih, M.M.

Anjelis Ratuwulan, M.Pd.

Ir. Rini Anggraini, M.M.



BAB

1

FUNGSI LINIER

A. Fungsi

Sebelum membahas fungsi linier, kita memerlukan pemahaman tentang konsep fungsi terlebih dahulu. Pemahaman akan konsep fungsi sangat penting dalam mempelajari hampir semua disiplin ilmu, mengingat kajian – kajiannya yang banyak bekerja dengan fungsi, baik fungsi tersebut berbentuk persamaan atau ketidaksamaan. Fungsi yang berbentuk persamaan ialah fungsi yang ruas kiri dan ruas kanannya dihubungkan dengan tanda kesamaan ($=$), sedangkan fungsi yang berbentuk ketidaksamaan ialah fungsi yang ruas kiri dan ruas kanannya dihubungkan dengan tanda ketidaksamaan (\leq atau \geq).

1. Pengertian

Fungsi ialah suatu bentuk hubungan matematis yang menyatakan hubungan ketergantungan (hubungan fungsional) antara satu variabel dengan variabel lain. Sebuah fungsi dibentuk oleh beberapa unsur. Unsur – unsur pembentuk fungsi adalah variabel, koefisien dan konstanta. Variabel dan koefisien selalu terdapat dalam setiap bentuk fungsi, sedangkan konstanta tidak demikian halnya. Sebuah fungsi, yang secara kongkret dinyatakan dalam bentuk persamaan atau ketidaksamaan, mungkin sekali mengandung sebuah konstanta dan mungkin pula tidak. Namun demikian sebuah persamaan atau ketidaksamaan

BAB 2

PENERAPAN FUNGSI LINEAR (1) - FUNGSI PERMINTAAN, FUNGSI PENAWARAN, KESEIMBANGAN PASAR, PENGARUH PAJAK DAN SUBSIDI

A. Penerapan Fungsi Linier

Fungsi linear adalah suatu fungsi yang sangat sering digunakan oleh para ahli ekonomi dan bisnis dalam menganalisa dan memecahkan masalah-masalah ekonomi mikro maupun ekonomi makro. Hal ini dikarenakan bahwa kebanyakan masalah ekonomi dan bisnis dapat disederhanakan atau diterjemahkan ke dalam model yang berbentuk linear.

Beberapa penerapan fungsi linear dalam bidang ekonomi dan bisnis dalam ekonomi mikro adalah

1. Fungsi permintaan, fungsi penawaran dan keseimbangan pasar
2. Pengaruh pajak dan subsidi terhadap keseimbangan pasar.
3. Fungsi biaya dan fungsi penerimaan
4. Laba, rugi, pulang pokok (BEP = Break Even Point)
5. Fungsi anggaran

Sedangkan penerapan fungsi linier dalam ekonomi makro antara lain sebagai berikut :

1. Fungsi pajak
2. Fungsi investasi
3. Fungsi impor
4. Pendapatan nasional
5. Analisis IS - LM

Buku ini hanya membahas penerapan dalam ekonomi mikro

BAB 3

PENERAPAN FUNGSI LINEAR(2) - FUNGSI PENERIMAAN, FUNGSI BIAYA, ANALISA LABA, RUGI DAN TITIK PULANG POKOK (BEP)

A. Fungsi Penerimaan

Penerimaan total (total revenue = total penjualan) bagi sebuah perusahaan adalah fungsi dari kuantitas barang yang dijual (diproduksi). Besarnya (nilainya) merupakan hasil kali antara kuantitas barang yang diproduksi (dijual) dengan harga barang per unitnya. Secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$TR = P \times Q$$

TR = Total Revenue (total penerimaan, total penjualan)

Q = Kuantitas barang yang diproduksi/ terjual

P = Harga per unit barang.

Penerimaan rata-rata (*Average Revenue*)

Average Revenue (AR) adalah penerimaan total dibagi kuantitas barang yang diproduksi (dijual).

$$AR = TR/Q = P$$

Jadi, penerimaan rata-rata sama dengan harga per unit barang yang diproduksi (dijual).

BAB

4

FUNGSI NON LINEAR

A. Fungsi Non Linear

Fungsi non-linier merupakan bagian yang penting dalam matematika untuk ekonomi, karena pada umumnya fungsi-fungsi yang menghubungkan variabel-variabel ekonomi bentuknya tidak linier. Oleh sebab itu dengan mempelajari bentuk-bentuk fungsi non - linier dan memahami sifat-sifatnya akan sangat bermanfaat dalam mendalami teori - teori ekonomi.

Model-model persamaan yang dipilih untuk diterapkan dapat dilakukan lebih tepat dan mendekati keadaan yang sebenarnya. Fungsi nonlinier merupakan fungsi yang banyak sekali digunakan dalam ekonomi, karena lebih mendekati keadaan nyata.

Banyak masalah dalam ilmu ekonomi yang menggunakan fungsi non-linier sebagai model, khususnya persamaan kuadrat. Meskipun demikian tidak semua aplikasinya dimuat dalam buku ini.

Empat macam bentuk fungsi non linear yang paling sering dijumpai dalam analisis ekonomi merupakan titik perhatian. Keempatnya adalah :

1. Fungsi Kuadrat (lingkaran, ellips, hiperbola, parabola) : $y = ax^2 + bx + c$
2. Fungsi Kubik : $y = ax^3 + ax^2 + cx + d$
3. Fungsi Eksponensial : $y = n^x$, $n > 0$
4. Fungsi Logaritmik : $y = {}^n \log x$

BAB 5

PENERAPAN FUNGSI NON LINEAR – KESEIMBANGAN PASAR, ANALISIS LABA RUGI DAN TITIK PULANG POKOK

A. Penerapan Fungsi Non Linier

Sama dengan fungsi linier, penerapan fungsi non linier dalam ekonomi dan bisnis berupa :

1. Fungsi permintaan
2. Fungsi penawaran
3. Keseimbangan pasar
4. Fungsi penerimaan
5. Fungsi biaya
6. Analisis titik pulang pokok.

B. Fungsi Permintaan, Fungsi Penawaran dan Keseimbangan Pasar

Selain berbentuk fungsi linier, permintaan dan penawaran dapat pula berbentuk fungsi non linier. Fungsi permintaan dan fungsi penawaran yang kuadratik dapat berupa potongan lingkaran, potongan elips, potongan hiperbola maupun potongan parabola. Cara menganalisis keseimbangan pasar untuk permintaan dan penawaran yang non linier sama seperti halnya dalam kasus yang linier. Keseimbangan pasar ditunjukkan oleh kesamaan $Q_d = Q_s$, pada perpotongan kurva permintaan dan kurva penawaran.

BAB

6

MATRIKS

A. Definisi Matriks

Matriks merupakan hasil penemuan penting dalam matematika, yang merupakan pengembangan lebih lanjut dari system persamaan linear. Oleh karenanya aljabar matriks sering juga disebut dengan istilah aljabar linear.

Matriks dapat dipergunakan untuk masalah termasuk masalah bisnis dan ekonomi secara singkat dan jelas, untuk kemudian memecahkannya dengan cara yang singkat dan mudah.

Matriks merupakan susunan dari bilangan yang berbentuk persegi panjang yang terdiri dari baris dan kolom. Tanda atau simbol dalam matriks adalah bisa $()$, atau $[\]$ maupun juga ini $||$ $||$. Yang dimaksud dengan susunan baris adalah bilangan yang berbentuk horizontal. Untuk susunan yang vertical merupakan bilangan kolom. Adapun bentuk umum dari suatu matriks adalah dengan memperhatikan gambar berikut ini:

BAB 7

DETERMINAN, METODE SARRUS, METODE CRAMER

A. Determinan

1. Pengertian

Setiap matriks bujursangkar, elemen-elemen matriksnya dapat dikombinasikan untuk menghitung nilai bilangan riil yang disebut determinan. Determinan merupakan konsep khusus untuk menyelesaikan sistem persamaan linear simultan. Lambang untuk determinan matriks A yaitu $|A|$.

Determinan mengandung unsur - unsur berbentuk angka yang disusun dalam baris dan kolom dan diapit oleh sepasang garis tegak. Bentuknya hampir sama dengan matriks tetapi dapat dibedakan dalam tiga hal yaitu :

- a. Pertama unsur - unsur matriks diapit dengan tanda kurung, sedangkan unsur-unsur determinan diapit sepasang garis tegak.
- b. Kedua , determinan selalu berbentuk bujur sangkar (jumlah baris = jumlah kolom) sedangkan matriks tidak demikian.
- c. Ketiga, determinan mempunyai nilai numeric tetapi tidak demikian dengan matriks

BAB 8

TURUNAN FUNGSI (DIFERENSIAL) DAN PENERAPANNYA

A. Pengertian Diferensial/ Turunan

Diferensial atau turunan membahas tentang tingkat perubahan suatu fungsi sehubungan dengan perubahan kecil dalam variable bebas fungsi yang bersangkutan. Turunan fungsi (diferensia) adalah fungsi lain dari suatu fungsi sebelumnya, misalnya fungsi f menjadi f' yang mempunyai nilai tidak beraturan. Dengan diferensial dapat pula disidik kedudukan - kedudukan khusus dari fungsi yang sedang dipelajari seperti titik maksimum, titik belok, dan titik minimumnya, jika ada.

Konsep turunan sebagai bagian utama dari kalkulus dipikirkan pada saat yang bersamaan oleh Sir Isaac Newton (1642 - 1727), ahli matematika dan fisika bangsa Inggris dan Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716), ahli matematika bangsa Jerman. Turunan (diferensial) digunakan sebagai suatu alat untuk menyelesaikan berbagai masalah dalam geometri dan mekanika.

Berdasarkan manfaat - manfaatnya inilah konsep diferensial menjadi salah satu alat analisis yang sangat penting dalam bidang industri / ekonomi. Sebagaimana diketahui dalam dunia industri sangat akrab dengan masalah perubahan, misalnya perubahan kondisi operasi dan sebagainya.

Dalam ekonomi dan bisnis dikenal adanya suatu keseimbangan atas suatu kondisi ekonomi, baik itu keseimbangan pasar tertutup (*price equilibrium* dan *quantity*

BAB 9

PENERAPAN DIFERENSIAL PADA EKONOMI DAN BISNIS

A. Penerapan Diferensial Pada Ekonomi dan Bisnis

Diferensial atau turunan dapat diterapkan dalam kehidupan sehari - hari antara lain untuk mendapatkan cara terbaik guna memperoleh hasil yang maksimal. Sebagai contoh seorang petani ingin memilih kombinasi tanaman yang dapat menghasilkan keuntungan terbesar. Seorang dokter ingin memilih dosis terkecil suatu obat yang akan menyembuhkan penyakit tertentu. Seorang kepala pabrik akan menekan sekecil mungkin biaya penyebaran barangnya. Kalkulus diferensial dapat membantu pemecahan masalah - masalah tersebut dengan menghitung titik - titik kritis (maksimum /minimum) dari fungsi yang berkaitan dengan masalah tersebut.

Dalam ekonomi dan bisnis dikenal adanya suatu keseimbangan atas suatu kondisi ekonomi, baik itu keseimbangan pasar tertutup (*price equilibrium* dan *quantity equilibrium*), keseimbangan pendapatan nasional, atau kasus-kasus keseimbangan lainnya. Keseimbangan suatu kondisi ekonomi tentunya tidak akan senantiasa berada pada satu titik. Ia akan berubah seiring dengan adanya perubahan atas variabel-variabel yang mempengaruhinya, baik itu variabel dalam model (endogen) atau variabel luar model (eksogen).

Contoh lain dalam bidang ekonomi, misalkan pada fungsi permintaan, hubungan antara jumlah barang yang diminta dengan tingkat harga. Adanya perubahan tingkat harga pada suatu titik tertentu akan mempengaruhi jumlah barang yang

BAB

10

KONSEP DIFERENSIAL PARSIAL

A. Fungsi Majemuk

1. Fungsi majemuk sering diterapkan dalam kehidupan kita sehari - hari, sebagai contoh apabila suatu perusahaan memproduksi beberapa jenis barang secara sekaligus, maka biaya produksi juga akan tergantung pada jumlah masing - masing barang yang diproduksi.
2. Dalam bidang fisika atau kimia, kita sering mendapati fungsi yang merupakan fungsi majemuk, sebagai contoh momentum (p) suatu benda tergantung pada massa (m) dan kecepatan (v) benda tersebut yang dinyatakan dengan rumus : $p = m.v$. Contoh lain pada gerak melingkar beraturan kecepatan linier (v) tergantung pada kecepatan sudut (ω) dan jari - jari (R), yang dinyatakan dengan rumus : $v = \omega \cdot R$.
3. Contoh dalam bidang kimia antara lain laju reaksi (v) bergantung kepada konstanta atau tetapan konsentrasi laju reaksi dan konsentrasi dari zat - zat yang bereaksi yang dinyatakan dengan rumus : $v = k [A]^m[B]^n$, dimana $[A]$ adalah konsentrasi zat A dan $[B]$ adalah konsentrasi zat B. Contoh lainnya tekanan osmotik larutan (π) tergantung pada molaritas (M), tetapan gas (R) dan suhu mutlak (T), yang dinyatakan dengan rumus : $\pi = M.R.T$.
4. Contoh dalam bidang ekonomi, misalkan K menyatakan jam kerja mesin, dan L adalah jam kerja tenaga kerja, fungsi produksinya (Q) diberikan oleh :

BAB

11

PENERAPAN DIFERENSIAL PARSIAL PADA BIDANG EKONOMI DAN BISNIS

A. Penerapan Diferensial Parsial Pada Bidang Ekonomi dan Bisnis

Pendekatan diferensial parsial sangat bermanfaat untuk diterapkan pada model-model ekonomi yang mengandung lebih dari satu variabel bebas, dalam hal kita hendak menelaah secara parsial pengaruh dari salah satu variabel bebas tadi terhadap variabel lainnya, contoh elastisitas permintaan

Beberapa yang akan kita bahas antara lain :

1. Permintaan Marjinal dan Elastisitas Permintaan Parsial
2. Perusahaan Dengan Dua Macam Output dan Biaya Produksi Gabungan
3. Produk Marjinal Parsial

Berikut pembahasan untuk masing - masing topik

B. Permintaan Marginal dan Elastisitas Parsial

1. Apabila dua macam barang mempunyai hubungan dalam penggunaannya, maka permintaan akan masing-masing barang akan fungsional terhadap harga kedua macam barang tersebut. Dengan perkataan lain jika barang a dan barang b mempunyai hubungan penggunaan / fungsi sebagai berikut:

$$Q_{da} = f(p_a, p_b) \text{ dan } Q_{db} = f(p_a, p_b)$$

BAB 12

METODE PENGGANDA LAGRANGE (PENERAPAN DIFERENSIAL PARSIAL / OPTIMASI BERSYARAT)

A. Optimasi Bersyarat

1. Dalam kenyataan seringkali kita harus mengekstrimkan atau mengoptimumkan suatu fungsi, yakni mencari nilai maksimum atau nilai minimumnya, tetapi terkekang oleh suatu fungsi lain yang harus dipenuhi. Dengan kata lain, fungsi yang hendak dioptimumkan tadi menghadapi suatu kendala (constraint).
2. Kasus optimisasi bersyarat semacam ini banyak dijumpai dalam bidang ekonomi. Misalnya seseorang hendak memaksimalkan utilitas, atau tingkat kepuasannya, tetapi terikat pada fungsi pendapatan, atau sebuah perusahaan ingin memaksimumkan labanya, namun terikat pada fungsi produksi.

B. Pengganda Lagrange

1. Salah satu metode untuk perhitungan nilai ekstrim sebuah fungsi yang menghadapi kendala berupa sebuah fungsi lain dapat diselesaikan dengan Metode Lagrange.
2. Caranya adalah dengan membentuk fungsi baru, disebut Fungsi Lagrange yang merupakan penjumlahan dari fungsi yang hendak dioptimumkan ditambah hasil kali pengganda Lagrange λ dengan fungsi kendalanya.

BAB 13

INTEGRAL TAK TENTU (DAN PENERAPANNYA DALAM BIDANG EKONOMI)

A. Pendahuluan

Integral merupakan anti - turunan. Hal ini dapat digambarkan dengan suatu perumpamaan dalam kehidupan sehari - hari. Misal kita memakai sepatu dan melepaskannya lagi. Operasi yang kedua menghapuskan yang pertama. Kita katakan dua operasi tersebut adalah *operasi balikan* ("invers"). Pasangan operasi balikan dalam matematika lainnya antara lain penambahan dan pengurangan, perkalian dan pembagian, pemangkatan dan penarikan akar, serta penarikan logaritma dan pencarian anti logaritma. Kita telah mengkaji pendiferensialan, balikkannya disebut *anti - pendiferensialan*.

B. Rumus - Rumus Integral

Karena kita telah menggunakan lambang D_x untuk operasi penentuan suatu turunan, adalah wajar menggunakan A_x untuk operasi anti turunan. Jadi :

$$A_x(x^2) = \frac{1}{3} x^3 + C$$

Ini adalah notasi yang digunakan oleh beberapa penulis pada buku-buku lama. Seiring dengan bertambahnya waktu, notasi yang populer dipakai adalah **notasi Leibniz** yang menggunakan lambang : $\int \dots \dots dx$.

Ia menuliskan : $\int x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 + C$ dan $\int 4x^3 dx = x^4 + C$

Perhatikan bahwa $D_x \int f(x) dx = f(x)$

BAB

14

INTEGRAL TENTU (DAN PENERAPANNYA DALAM BIDANG EKONOMI)

A. Pendahuluan

1. Pengertian atau konsep integral tentu pertama kali dikenalkan oleh Newton dan Leibniz. Namun pengertian secara lebih modern dikenalkan oleh Riemann.
2. Integral tentu adalah proses pengintegralan yang digunakan pada aplikasi integral. Pada beberapa aplikasi integral dikenal istilah batas bawah dan batas atas sebuah integral, batas inilah yang kemudian menjadi ciri khas sebuah integral yang kemudian dinamakan sebagai integral tertentu. Sebab berbeda dengan integral tak tentu yang tidak memiliki batas, maka pada integral tertentu ada sebuah nilai yang harus disubstitusi yang menyebabkan tidak adanya lagi nilai C (konstanta) pada setiap hasil integral dan menghasilkan nilai tertentu.
3. Secara umum integral tentu dari sebuah fungsi dengan batas tertentu dapat dirumuskan sebagai berikut :

Jika f kontinu pada $[a,b]$, maka :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

dengan F anti turunan sebarang dari f , yakni suatu fungsi sedemikian sehingga $F' = f$

Suatu fungsi f yang kontinu terdefinisi untuk Interval $[a,b]$ kita bagi menjadi n bagian yang sama dengan lebar.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdul Halim dan Bambang, Supomo, Akuntansi Manajemen. (Yogyakarta: BPFE. 2005).
- Andi Wijaya dkk. (2014). *Matematika Ekonomi I*. Jakarta: Mitra Wacana Media.
- Atmaja Saputra. (2002). *Matematika Ekonomi 1*. Bandung: Ghalia Indonesia.
- Badrudin, R & Algifari, 2003, *Matematika Bisnis*, Yogyakarta ; BTFE - Yogyakarta.
- Bintang Kalangu, Josep. 2005. Matematika ekonomi untuk bisnis. Edisi ke-1. Jakarta: Penerbit Salemba Empat.
- Black, J., dan Bradley. *Essential Mathematics for Economists*. Ed. ke-2. New York : John Wiley & Sons, 1993.
- Braddley, T. *Essential Mathematics for Economics, Business, and Management*. Ed. ke-4, New York : John Wiley & Sons, 2013.
- Budnick, S. Frank . *Applied Mathematics for Business, Economics, and The Social Sciences*. Ed. ke-4, Singapore : Mc Graw-Hill, 1993.
- C. Chiang. alpha dan Kevin Wainwright. 2006. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi*. edisi ke-4 jilid 1. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Chiang, Alpha. (2006). *Dasar-dasar Matematika Ekonomi*. Jilid 1 & 2. Jakarta ; Penerbit Erlangga.
- Chiang, C. Alpha dan Kevin Wainwright. *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. Ed. ke-4, New York : Mc Graw-Hill, 2005.
- Danang Sunyoto, *Matematika Ekonomi*, Ardana, Yogyakarta, 2007.
- Dowling, Edward T. *Introduction to Mathematical for Economists*. Ed. ke-2. Singapore : McGraw-Hill, 1992.
- Dr. Marsigit, M.A., dkk., *Matematika*, Yudistira Quadra, 2008

- Dumairy, 2010, *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*, BPFE, Yogyakarta
- Dumairy, 2012, *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*, Yogyakarta
- Dumairy, 2012, *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*, Yogyakarta
- Dumairy. (2006). *Matematika Terapan Untuk Bisnis Dan Terapan*. Yogyakarta : BPFE.
- Dumairy. (2012). *Matematika Terapan Untuk Bisnis Dan Ekonomi*. Yogyakarta: BPFE.
- Fikri Khoirur Rizal A.Q, Alumni Teknik Elektro FT UI, *Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dan Tiga Variabel*, diunduh 7 September 2020
- Haussler, Paul, Wood. (2010). *Pengantar Matematika Ekonomi Untuk Analisis Bisnis dan Ilmu-ilmu Ekonomi*. Jakarta: Erlangga.
- <https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2017/10/penyelesaian-SPLTV-metode-eliminasi.html>, diunduh 7 September 2020
- Jangwon Ju and Byeong-Kweon Oh, Universal mixed sums of generalized 4- and 8-gonal numbers, <https://doi.org/10.1142/S179304212050030X>
- John Bird BSc (Hons), CMath, CEng, FIMA, MIEE, FHE (Elec), FCollP, *Matematika Dasar –Teori dan Aplikasi Praktis*, edisi keriga, Penerbit Erlangga
- Josep B Kalangi. (2011). *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta: Salemba Empat
- Joseph B Kalangi. (2011). *Matematika Ekonomi Dan Bisnis*. Jakarta: Salemba Empat. Nugroho,
- Listiya Ike Purnomo, S.E., M.M. dkk, *Matematika Ekonomi*, http://eprints.unpam.ac.id/8615/2/SAK0033_MATEMATIKA%20EKONOMI.pdf, Universitas Pamulang

- Murray R. Spiegel, Kalkulus Lanjut, 2011
- Murray R. Spiegel, Kasir Iskandar, *Matematika Dasar, Seri Buku Schaum, Teori dan Soal – soal*
- Olivier Ramaré, Priyamvad Srivastav and Oriol Serra, Product of primes in arithmetic progressions, <https://doi.org/10.1142/S1793042120500384>
- Rina Agustina,S.Pd,M.Pd, Bahan Ajar Matematika Ekonomi, Universitas Muhamadiyah Metro,2015
- Rini Anggraini, *Modul 8 Matematika Dasar*, Universitas Mercubuana
- Rusdiana, Manajemen Operasi. (Jakarta: Pustaka Setia, 2014).
- Sarjono,Haryadi dan Sanny,Lim. 2012. Aplikasi Matematika untuk Bisnis danManajemen. Jakarta: Penerbit Salemba Empat
- Suprian Atmaja S. (2002). *Matematika Ekonomi I*. Bandung: Ghalia Indonesia.
- Varberg, Purcell, Rigdon, 2012, Kalkulus edisi ke Sembilan, PT. Gelora Aksara Pratama
- Varberg, Purcell, Rigdon, 2012, Kalkulus edisi ke Sembilan, PT. Gelora Aksara Pratama*
- Yulianto dkk. (2014). *Matematika Ekonomi Dan Bisnis*. Jakarta: Rajawali Pers.

TENTANG PENULIS



Dr. Ratna Tri Hari Safariningsih, M.M.

Lulus dari program Doktor Pascasarjana Universitas Negeri Jakarta Jurusan Ilmu Manajemen.

Sejak tahun 2015 penulis menjadi Koordinator SDM, Fasilitas, Administrasi dan Keuangan KS UI Makara dibawah Sekretaris Universitas Indonesia dan juga sebagai dosen Vokasi bidang SDM perumahsakitan Universitas Indonesia, dosen pada Politeknik STMI Kementerian Perindustrian.

Penulis telah menerbitkan beberapa buku referensi yang digunakan dalam perkuliahan dengan judul: Manajemen Teori & Aplikasi (2023), Manajemen SDM Pada Sektor Kesehatan (2023), Manajemen SDM dan Perkembangan Global (2023).



Anjelis Ratuwulan, M.Pd.

Lahir di Medan pada tanggal 30 Agustus 1991. Pendidikan : SD Negeri Sumber Jaya 05 Tambun Selatan Bekasi pada tahun 1998–2004, SMP Negeri 5 Tambun Selatan Bekasi pada tahun 2004–2007, SMA Negeri 4 Tambun Selatan Bekasi pada tahun 2007–2010, Sarjana Pendidikan Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan IPA Universitas Indraprasta PGRI Jakarta tahun 2010– 2014, dan Magister Pendidikan Program Studi Matematika dan IPA Universitas Indraprasta PGRI Jakarta tahun 2017–2019.

Pengalaman Kerja : Guru Matematika di SMP Yadika 13 Tambun, Guru Matematika di SMPN 3 Cibitung, Guru Matematika di SMK Daarul Na’im Tambun, Guru Matematika di SMP La Royba Islamic School Depok, Guru Matematika di SMK PGRI 16 Jakarta, Dosen di Universitas Dian Nusantara, Dosen di STMIK Mercusuar.



Ir. Rini Anggraini, M.M. Lahir di Surabaya pada tanggal 20 September 1956. Pendidikan : SDK Vincentius Surabaya pada tahun 1963 - 1969 , SMP Negeri 3 Surabaya pada tahun 1970-1972, SMA Negeri 2 Surabaya pada tahun 1973-1975, Sarjana Teknik Kimia Institut Teknologi 10 November Surabaya tahun 1976 - 1983, Magister Managemen Sumber Daya Manusia STIE IPWIJA Jakarta tahun 2004-2005.

Pengalaman Kerja : PT. Ispat Indo, pabrik baja, Sidoarjo, Jawa Timur pada 1983, PT. Inproma Engineering, konsultan, Jakarta pada 1984, PT. Pupuk Kalimantan Timur, Kantor Perwakilan Jakarta pada 1984 sd 2001, Dosen Universitas Mercubuana, Jakarta pada 2001 sd 2022, Dosen Universitas Dian Nusantara, Jakarta pada 2019 sd sekarang.